Devoir Maison : Optique géométrique

1 Optique géométrique

L'images qui suit a été photographiée avec un appareil photo reflex, le format de l'image sur le capteur est $22,3mm \times 14,9mm$. Voici la photo d'une tourelle ouest située à l'ouest de l'île de Houat. La distance focale de l'objectif assimilé à une lentille mince convergente : $f' = 27\,\text{mm}$.
Le but de cette partie est d'en déterminer la hauteur.

1. Faire un schéma représentant l'objet et l'image en choisissant une échelle raisonnable.
2. Donner le lien entre la taille h' de la tourelle mesurée sur l'image en centimètre et sa taille H' sur le capteur en exprimée en millimètres.
3. De toute évidence la distance entre l'appareil photo et la tourelle est très grande, quelle approximation est-il possible de faire. En déduire la position de l'image par rapport à la lentille.
4. Dans le cadre de l'hypothèse précédente, en déduire la hauteur de la tourelle, Sachant que la taille hauteur du rocher situé à $d = 50\,\text{m}$ derrière la balise fait 6 m de haut, en utilisant les relations de conjugaison en déduire la taille H de la tourelle.

Correction :

1. Schéma
2. L'image présentée ici fait $y = 80$ mm de hauteur, ce équivaut à $Y = 14,9$mm sur le capteur. On mesure $h' = 14\,\text{mm}$. Ainsi $H' = h' \times \frac{Y}{y} = 2,6\,\text{mm}$ où $\frac{Y}{y}$ est le rapport de transformation.
3. On considère que l'image se situe sur le plan focal image de la lentille.
4. On note $\overline{A_rB_r}$ le rocher en temps qu'objet optique, on note $\overline{A'_rB'_r} = -H'_r$ la hauteur du rocher sur le capteur et $-h'_r = 7\,\text{mm}$ la hauteur du rocher sur l'image imprimée. On a donc :

$$H'_r = h'_r \frac{Y}{y} = 1,3\,mm \qquad \text{et} \qquad \gamma_r = \frac{\overline{A'_rB'_r}}{\overline{A_rB_r}} = \frac{\overline{OA'_r}}{\overline{OA_r}} \approx \frac{f'}{\overline{OA_r}}$$

ainsi

$$\frac{\overline{A'_rB'_r}}{\overline{A_rB_r}} = \frac{-H'_r}{H_r} \approx \frac{f'}{\overline{OA_r}} \Rightarrow \overline{OA_r} = f' \frac{-H_r}{H'_r} = -124\,m$$

On en déduit que $\overline{OA} = \overline{OA_r} + d = d - f'\frac{H_r}{H_r'} = -74\,\text{m}$. Ce qui permet de recalculer le grandissement γ_b pour la balise :

$$\gamma_b = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{f'}{d - f'\frac{H_r}{H_r'}} = 3,6 \times 10^{-4}$$

or $\gamma_b = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ d'où

$$\overline{AB} = \frac{\overline{A'B'}}{\gamma_b} = -\frac{H'}{f'}(d - f'\frac{H_r}{H_r'}) = 7,1\,m$$

2 Ondes : mesure de l'indice optique de l'air

Un laser de longueur d'onde $\lambda = 532\,\text{nm}$ placé en S éclaire une lame séparatrice (SR) qui sépare le faisceau en deux de même intensité I_0. Un des faisceaux suit le trajet (1), il est transmis par la lame et va directement au détecteur (D) en étant transmis par la seconde lame séparatrice. Le deuxième faisceau suit le trajet (2), il est réfléchi par la lame puis est guidé par deux miroirs plans (M) avant d'être réfléchi par une autre lame séparatrice et arrive au détecteur (D). Sur les trajets (1) et (2) sont placées deux cuves C_1 et C_2, de longueur $l = 20,00$ cm. L'expérience est réalisée dans l'air d'indice optique n_{air} .

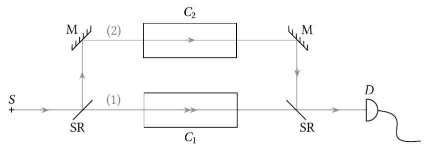

Figure 1: Dispositif de mesure d'indice. M : miroir plan. SR : lame séparatrice.

Les cuves sont initialement remplies d'air à la pression atmosphérique.

1. On constate que l'intensité mesurée par le détecteur est maximale. Que peut-on dire des chemins optiques $(SD)_{1,air}$ et $(SD)_{2,air}$ correspondant respectivement aux trajets (1) et (2) ?

2. En déduire la valeur modulo λ de la différence de marche $\delta_{D,air} = (SD)_{2,air} - (SD)_{1,air}$ entre les deux trajets lorsque les deux cuves sont remplies d'air.
On utilise une pompe pour faire le vide dans la cuve C1 .

3. Exprimer la variation de chemin optique $(SD)_{1,0} - (SD)_{1,air}$ sur le chemin (1) dû à mise sous vide de C1 . L'indice « 0 » indique que la cuve C1 est vide et l'indice « air » que la cuve C1 est remplie d'air.

4. En déduire l'expression de la différence de marche $\delta_{D,0} = (SD)_{2,0} - (SD)_{1,0}$ en fonction de $\delta_{D,air}$, l et n_{air} .

   Lorsque la cuve C_1 est considérée comme vide, le détecteur a enregistré le défilement de N = 102 maxima d'intensité durant la phase de pompage et détecte une intensité nulle à la fin.

5. En déduire une estimation de l'indice optique de l'air.

Correction :

1. L'interférence est constructive en D donc les ondes lumineuses passant par les trajets (1) et (2) se superposent en phase au niveau du détecteur D. Les chemins optiques $(SD)_{1,\text{air}}$ et $(SD)_{2,\text{air}}$ sont donc égaux modulo λ.
2. Il vient alors $\delta_{D,\text{air}} = 0\ [\lambda]$.
3. La variation du chemin optique sur le chemin (1) n'est dû qu'à la mise sous vide de la cuve C_1, ainsi $(SD)_{1,0} - (SD)_{1,\text{air}} = (C_1)_0 - (C_1)_{\text{air}}$ où $(C_1)_0$ et $(C_1)_{\text{air}}$ correspondent respectivement aux chemins optiques dans la cuve C_1 lorsque celle-ci est vide ou remplie d'air. On a $(C_1)_0 = \ell$ et $(C_1)_{\text{air}} = n_{\text{air}}\ell$. Il vient alors $(SD)_{1,0} - (SD)_{1,\text{air}} = (1 - n_{\text{air}})\ell$.
4. Le chemin optique sur le trajet (2) n'a pas été modifié durant le pompage donc $(SD)_{2,0} = (SD)_{2,\text{air}}$. La différence de marche s'écrit alors : $\delta_{D,0} = (SD)_{2,0} - (SD)_{1,0} = (SD)_{2,\text{air}} - (SD)_{1,\text{air}} + (n_{\text{air}} - 1)\ell$, soit :

$$\delta_{D,0} = \delta_{D,\text{air}} + (n_{\text{air}} - 1)\ell.$$

5. Chaque maximum d'intensité correspond à une variation de la différence de marche de λ. Le fait que le détecteur mesure un minimum d'intensité à la fin de l'expérience indique que l'interférence y est destructive et donc que la variation de la différence de marche correspond à un nombre demi entier de fois λ. Ainsi, $|\delta_{D,0} - \delta_{D,\text{air}}| = 102{,}5\lambda$. On en déduit l'expression de l'indice optique de l'air :

$$n_{\text{air}} = 1 + \frac{|\delta_{D,0} - \delta_{D,\text{air}}|}{\ell} = 1{,}00027.$$