

## Devoir Maison : Révisions et Thermodynamique

### 1 Capteur pour Skieur

Plusieurs entreprises proposent des masques connectés (RideOn, ReCon,...) ou des capteurs à installer sur ses skis (Xensr, Capturs,...) permettant d'analyser sa technique : vitesse, accélération, hauteur des sauts, nombre de descentes,...

Un premier système mécanique (qu'on appelle accéléromètre), qui ne sera pas étudié, permet de transcrire l'accélération selon chaque composante en grandeurs électriques. Il faut ensuite transmettre les bonnes informations au logiciel qui les traitera et les affichera sur l'application dédiée.

Une équipe de skieurs s'est prêté au jeu et il a été constaté que les mouvements de ski intéressants à étudier correspondent à des accélérations variant à des fréquences inférieures à 20 Hz. Tous les mouvements possédant une accélération variant à une fréquence plus grande que 20 Hz sont dues à des petites vibrations dans le ski et ne sont pas intéressants.

Le cahier des charges suivant a donc été proposé :

- Gain nominal (en régime continu) 0 dB
  - Atténuation dans la bande de 0 à 20 Hz inférieure à 3 dB
  - Atténuation pour les fréquences supérieures à 40 Hz supérieure à 10 dB
1. Quel type de filtre permettrait de répondre au cahier des charges ?  
On rappelle que la fonction de transfert sous forme canonique réduite pour un filtre d'ordre 1  $\underline{H}_1(x) = \frac{H_0}{1+jx}$  ou  $\underline{H}_2(x) = \frac{H_0 jx}{1+jx}$  avec  $x = \frac{f}{f_0}$  avec  $f_0$  la fréquence propre.
  2. A quel type de filtre correspondent les fonctions de transfert  $\underline{H}_1(x)$  et  $\underline{H}_2(x)$  ?
  3. Retrouver la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain du filtre d'ordre 1 répondant au cahier des charges. Calculer le gain en décibels à la fréquence de coupure.
  4. Montrer que le filtre d'ordre 1 ne peut satisfaire le cahier des charges. On choisit donc un filtre de même nature mais d'ordre 2 de fonction de transfert

$$\underline{H}(x) = \frac{1}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$$

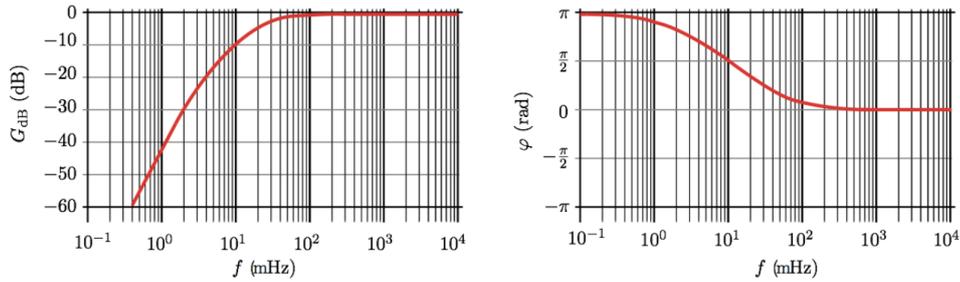
5. Retrouver la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain de ce filtre. Peut-il satisfaire le cahier des charges ?
6. En prenant  $f_0 = 20$  Hz, quelles sont les valeurs de  $Q$  pour lesquelles le filtre respecte le cahier des charges ?

Le capteur mesure l'accélération, mais l'application permet de connaître le nombre de sauts par exemple. Pour cela, un traitement numérique doit être effectué et la première étape est de soustraire au signal sa moyenne. Un filtre permet donc de moyennner le signal pour obtenir la vitesse. Une analyse fréquentielle permet alors d'extraire les fréquences dominantes et de les comparer à la fréquence de variation de l'accélération lors d'un saut.

7. Quel filtre (nature et ordre de grandeur de la fréquence propre) permet de moyennner un signal de fréquence supérieure à 0,1 Hz ?

L'application permet également de connaître la vitesse. Connaissant l'accélération, il faut donc intégrer le signal. Malheureusement, un bruit continu (de fréquence nulle) perturbe l'intégration, qui diverge du fait de ce bruit.

Pour répondre à ce problème, les ingénieurs ont proposé d'utiliser un filtre dont le diagramme de Bode est le suivant :

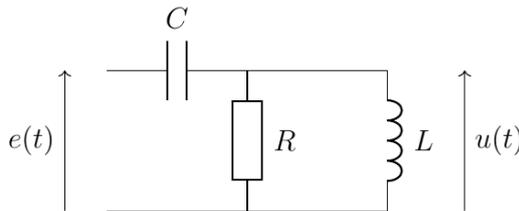


8. Indiquer de quel type de filtre il s'agit.
9. Identifier l'ordre du filtre (il s'agit d'un filtre classique) et sa fréquence caractéristique  $f_0$ .
10. On envoie en entrée le signal suivant :

$$e(t) = E_0 + E_0 \cos(\omega t) + E_0 \cos\left(10\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + E_0 \cos\left(100\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$$

avec  $f = \omega/2\pi = 2$  mHz et  $E_0 = 1$  V. Déterminer l'expression du signal  $s(t)$  de sortie du filtre et tracer son spectre.

11. Justifier qualitativement que le montage ci-dessous peut avoir ce diagramme de Bode.



12. Déterminer la valeur du facteur de qualité à partir du diagramme de Bode.

**Correction :**

1. On veut un gain max de 0 dB ce qui signifie un gain réel de 1. L'atténuation doit être faible à basse fréquence et forte au dessus de 40Hz, il s'agit donc d'un filtre passe bas de gain statique 1.

2. Pour choisir le filtre il faut étudier les deux fonctions de transfert proposées :

$$G_1 = \frac{H_0}{\sqrt{1+x^2}} \quad G_2 = \frac{H_0 x}{\sqrt{1+x^2}}$$

Le filtre 1 est un passe bas et le deuxième est un passe haut. Tous deux sont d'ordre 1.

3.

$$G_{1dB} = 20\log(H_0) - 10\log(1+x^2) \quad G_{1dB} \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0 \quad G_{1dB} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} -20\log x$$

Lorsque  $x = x_c$ ,  $G_{1dB}(x_c) = G_{1dB,max} - 3$  soit

$$G_{1dB}(x_c) = -10\log(1+x_c^2) = -3 \Rightarrow 1+x_c^2 = 10^{0,3} \quad x_c = \sqrt{10^{0,3} - 1} \Rightarrow f_c = f_0 \sqrt{10^{0,3} - 1} \approx 0.99 f_0$$

4. La fréquence de coupure est supérieure à 20Hz, donc avec une pente de -10dB/décade, il est impossible d'avoir l'atténuation souhaitée à 40Hz.

5.

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}} \quad G_{db}(x) = -10\log\left(\left(1-x^2\right)^2 + \frac{x^2}{Q^2}\right)$$

Passage aux équivalents :

$$G_{dB} \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0 \quad G_{dB} \xrightarrow{x \rightarrow \infty} -40\log x$$

La pente est maintenant suffisante pour avoir l'atténuation souhaitée.

6. En prenant  $f_0 = 20\text{Hz}$ , à  $40\text{Hz}$ ,  $x = 2$  et on veut  $G_{dB}(2) < -10$  soit :

$$G_{dB}(x) = -10 \log \left( (1 - x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2} \right)$$

$$G_{dB}(2) = -10 \log \left( 9 + \frac{4}{Q^2} \right) < -10$$

$$\left( 9 + \frac{4}{Q^2} \right) < 10$$

$$\frac{1}{Q^2} < \frac{1}{4}$$

$$Q > 2$$

7. La moyenne d'un signal est proportionnelle à l'intégrale de ce signal sur sa période. Il faut donc choisir un filtre intégrateur d'ordre 1 ce qui est le cas du filtre associé à  $\underline{H}_2$ . *Ceci est la réponse attendue en première année, vous verrez une réponse plus complète en deuxième année.*
8. Il s'agit d'un passe-haut d'ordre 2, on peut estimer sa fréquence centrale  $f_0 = 100\text{mHz}$ , première fréquence avant le plateau.
9. Comme il s'agit d'un passe haut, on peut dire que les fréquences inférieures à la fréquence de coupure sont coupées (y compris le continu). Par lecture graphique, la fréquence de coupure est supérieure à  $10\text{mHz}$  par conséquent le premier cosinus est coupé.  
 À  $20\text{mHz}$ , l'atténuation est de  $G_{dB} = -5\text{dB} \Rightarrow 20\log(G) = -5$  soit  $E_0 \rightarrow E_0 \times 10^{-0.25}$  et le déphasage est de  $\pi/3$ .  
 À  $200\text{mHz}$ , le gain en décibel est nul donc  $G = 1$  et le déphasage est de  $\pi/10$ .

$$s(t) = E_0 \times 10^{-0.25} \cos(10\omega t + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}) + E_0 \cos(100\omega t + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{10})$$

Le spectre ne contient que deux fréquences.

10.  $Z_L = jL\omega$  et  $Z_c = \frac{1}{jC\omega}$  à haute fréquence le condensateur se comporte comme un fil et la bobine comme un interrupteur ouvert ainsi  $e(t) = u = u_R$ . À basse fréquence, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert, il n'y a pas de courant dans le circuit  $u = u_R = 0$  il s'agit bien d'un passe-haut.

## 2 Transformations cycliques et lecture d'abaques

Une machine frigorifique est une machine thermique qui refroidit la source froide (air à l'intérieur du compartiment froid) et réchauffe la source chaude (pièce). Le système étudié est le fluide calorifique qui circule dans la machine.

Cette machine est conçu pour maintenir la température dans son compartiment réfrigéré à la valeur  $T_f = -8^\circ\text{C}$ .

Le fluide calorifique est le R134a, sa masse totale en circulation est de  $1\text{kg}$ .

**Caractéristiques de la machine** Les machines frigorifiques sont séparées en deux parties : une partie notée BP qui fonctionne à basse pression  $P_B = 2,2$  bar, représentée en bleu sur les schémas et une partie notée HP  $P_H = 6$  bar qui fonctionne à haute pression représentée en rouge sur les schémas. Elles sont composées de quatre éléments clés :

- un compresseur qui est une machine qui augmente la pression du fluide à l'aide d'un travail mécanique.
- un condenseur composé d'un serpentin de tuyau qui permet d'augmenter les pertes thermiques du fluide, entraînant sa liquéfaction complète.
- un détendeur est une pièce mécanique qui augmente soudainement le volume disponible pour le fluide permettant ainsi de diminuer sa pression.

- un évaporateur composé d'un serpentin permet au fluide de capter de l'énergie thermique pour changer de phase et passer en phase gazeuse.

**Note de vocabulaire :** Chez les frigoristes on parle d'échange d'énergie latente ou de chaleur latente quand le fluide échange de l'énergie thermique à température constante (enthalpie de changement d'état). On parle d'échange d'énergie sensible lorsque le fluide échange de l'énergie thermique avec l'extérieur (thermostat), entraînant une variation de température du système ( $dh = C_p dT$ ).

Un sous-refroidissement est une diminution de la température en sortie du condenseur en deçà de la température de saturation. Son rôle est d'assurer l'arrivée du fluide frigorigène sous forme liquide jusqu'au détendeur. Un sous-refroidissement trop faible risque d'entraîner une près détente du au perte de charge que peuvent occasionner la tuyauterie liquide. Dans le langage technique l'anglisme "flash gaz" désigne une près détente.

Une surchauffe est une hausse de la température en sortie de l'évaporateur au delà de la température de saturation. Son rôle est de protéger le compresseur, qui doit absolument être alimenté en vapeur sèche : une entrée de liquide dans le compresseur entraîne de la casse, on parle de coup de liquide . La surchauffe permet donc de sécuriser l'installation et de la rendre plus robuste aux fluctuations du cycle, notamment lors des phases transitoires (ouverture de la porte, ajout de nouveaux aliments à congeler, etc.).

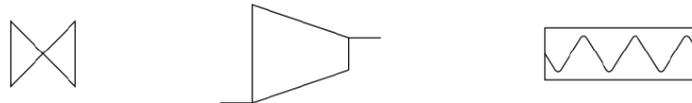


Figure 1: De gauche à droite : symboles du détendeur, du compresseur, de l'échangeur simple flux

1. Représentez le schéma du cycle en faisant apparaître les 4 éléments clés. Vous respecterez le code couleur imposé en séparant bien les parties HP et BP.

## 2.1 Description du cycle du fluide en commençant par l'entrée du compresseur

- **Point 1 :** Le fluide, gazeux, entre à basse pression dans le compresseur où il subit une compression adiabatique. Sa température augmente au cours de la compression. Le gaz est surchauffé (SC) lors de cette étape, c'est-à-dire que son élévation de température est supérieure à ce qui est strictement nécessaire pour que le système reste gazeux lors de l'opération.  $T_1 = 0^\circ\text{C}$
- **Point 2 :** Sortie du compresseur le fluide est à  $T_2 = 30^\circ\text{C}$ , il subit ensuite des pertes thermiques le long de son transport jusqu'au **Point 3**  $T_3 = 28^\circ\text{C}$ .
- **Point 3 :** Entrée dans le condenseur. Les pertes thermiques (échanges thermiques dit "sensibles" avec la source chaude, lors du transport permettent au fluide de condenser à partir du **Point 4** situé dans le premier tiers du condenseur. La zone située entre les points 2 et 4 est appelée zone de désurchauffe.
- Entre les **points 4 et 5** le fluide est dans le condenseur toujours à haute pression et subit une condensation complète. Il y a donc échange d'énergie latente. Le point 5 est situé dans le dernier quart du condenseur.
- Entre les **points 5 et 6** le fluide est *sous refroidit* à pression constante.
- **Point 6 :** Entrée dans le détendeur, le fluide subit une détente adiabatique (isenthalpique) jusqu'au point 7,  $T_7 = -8^\circ\text{C}$ . Le système est composé de 85% de liquide.
- **Point 7 :** Entrée dans l'évaporateur, le fluide échange de l'énergie latente jusqu'à la fin de l'évaporation au point 8.
- Entre les **point 8 et 1** le fluide est surchauffé à pression constante.

**Données numériques :**

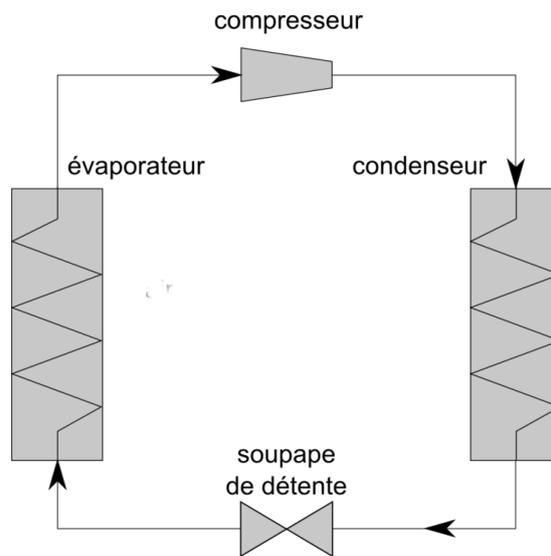
- Température de consigne du compartiment du congélateur :  $T_f = -10^\circ\text{C}$  ;
- Capacité thermique massique du R134a liquide  $C_{p,\ell} = 1,44 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .
- Capacité thermique massique du R134a gaz  $C_{p,g} = 0,85 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .
- Chaleur latente de vaporisation au point d'ébullition  $\ell_v = 217,2 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}$

**Questions :** L'objectif de cette partie est de tracer pas à pas le diagramme des frigorisites directement sur le diagramme entropique du fluide R134a que vous trouverez en annexe.

2. Trouvez la courbe de saturation et placez les états du fluide dans les différentes parties.
3. Repérez les isothermes, les isenthalpiques et les isentropiques. Que représentent les courbes bleues ?
4. Placer en Rouge l'isobare représentant la haute pression et en bleue celle pour la basse pression.
5. Placer les différents points sur le diagramme des frigorisites fourni en annexe et expliquer comment vous avez placé chaque point.
6. Quelle est la température du point 4, température de condensation du fluide ?
7. Quel est l'autre nom de énergie latente ?
8. Entre quels points le fluide échange-t'il de l'énergie *latente* ? Qu'en est-il de l'énergie *sensible* ?
9. Si le détendeur est considéré comme idéal, c'est à dire indéformable et calorifugé, justifier que la transformation puisse être isenthalpique. Comment peut être dissipée l'énergie mécanique ?
10. Quelle quantité de fluide passe de l'état liquide à l'état gazeux à pression constante ?
11. Justifier qu'une compression puisse être considérée comme adiabatique.
12. Écrire le bilan enthalpique du cycle en détaillant l'expression théorique de la variation d'enthalpique entre chacun des points.
13. Utiliser le graphique pour en déduire les valeurs des variations d'enthalpie définies à la question précédente.
14. Le compresseur consomme une puissance électrique de  $P_e = 237\text{W}$  et que la masse aspirée est de  $23,125 \text{ kg/h}$ , calculer l'énergie électrique nécessaire pour 1 cycle et donner le rendement du compresseur.
15. Quelle est l'énergie *utile* et quelle est l'énergie *coûteuse* ?
16. On appelle Coefficient de Performance Théorique COP le rapport entre l'énergie extraite de la source froide sur le travail de compression. Calculer le COP de l'installation.
17. Calculer l'efficacité de l'installation, commenter en comparant à l'efficacité de Carnot.



Correction :



Cycle frigorifique

Figure 2: Schéma simplifié de l'installation : à gauche la partie basse pression et à droite la partie haute pression

- 1.
2. La courbe de saturation est la courbe noire sur laquelle sont graduées les températures.
3. Les isothermes sont en rouge, les isenthalpiques sont des verticales et les isentropiques sont en vert. Les courbes bleues représentent les volumes massiques.
4. La basse pression est à  $P_b = 2,2\text{bar}$  et la haute pression est à  $P_h = 6,1\text{bar}$

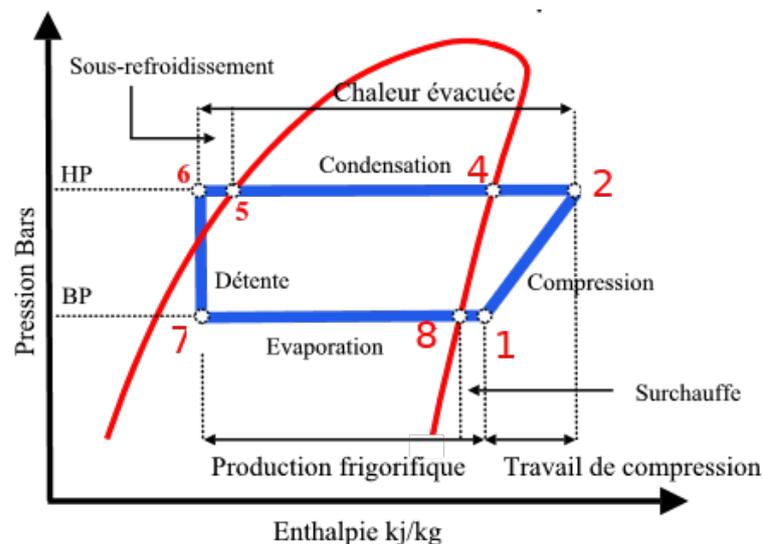


Figure 3: Diagramme schématisé

- 5.
6. Il y a libération d'énergie latente  $\delta h_{cond}$  dans le condenseur ( $Q_{cond} < 0$ ) et récupération d'énergie latente  $\delta h_{ev}$  dans l'évaporateur ( $Q_{ev} > 0$ ). Entre les points 8 et 1, 2 et 4, 5 et 6, la variation d'énergie est de la forme :  $\Delta h_{i \rightarrow j} = c_p \Delta T$ .

7. Dans un détendeur idéal (id est indéformable et calorifugé) la diminution de pression est assurée par la perte de charge. L'énergie mécanique est dissipée par effet de viscosité, mais cette dissipation est un effet purement interne au fluide. Le bilan énergétique résultant est simple : la détente est isenthalpique car  $W = 0$  et  $Q = 0$ .
8. Pour répondre à cette question, il faut lire la position en fraction massique du point 7. Ici on trouve  $x_v \approx 0,2$  ce qui signifie la transformation entre les points 7 et 8 concerne 0,8 kg de fluide.
9. Si la transformation est suffisamment rapide alors l'échange d'énergie thermique est négligeable est on peut considérer que la transformation est adiabatique.
- 10.

$$\begin{aligned}\Delta H_{cycle} &= \Delta H_{1 \rightarrow 2} + \Delta H_{2 \rightarrow 4} + \Delta H_{4 \rightarrow 5} + \Delta H_{5 \rightarrow 6} + \Delta H_{6 \rightarrow 7} + \Delta H_{7 \rightarrow 8} + \Delta H_{8 \rightarrow 1} \\ 0 &= \Delta H_{1 \rightarrow 2} + C_{p,g}(T_4 - T_2) - m\ell_v + C_{p,l}(T_6 - T_5) + 0 + mx\ell_v + C_{p,g}(T_1 - T_8)\end{aligned}$$

avec  $\delta H_{1 \rightarrow 2} = \delta W_p = -pdV$  soit

$$\begin{aligned}\Delta H_{1 \rightarrow 2} &= - \int_{V_1}^{V_2} pdV \\ &= -P_1 V_1^\gamma \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^\gamma} \\ &= \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}\end{aligned}$$

- 11.

$$\begin{aligned}\Delta H_{1 \rightarrow 2} &= 20kJ \\ \Delta H_{2 \rightarrow 4} &= -8kJ \\ \Delta H_{4 \rightarrow 5} &= -215kJ \\ \Delta H_{5 \rightarrow 6} &= -5kJ \\ \Delta H_{7 \rightarrow 8} &= 175kJ \\ \Delta H_{8 \rightarrow 1} &= 5kJ\end{aligned}$$

12. En effectuant les bonnes conversions, on trouve qu'un cycle dure 155,7s, il consomme donc  $E = 36,9kJ$  pour un cycle. Son rendement est donc  $r = \frac{\Delta H_{1 \rightarrow 2}}{E} = 0,54$
13. L'énergie *utile* est celle qui est échangée dans le compartiment réfrigéré entre les points 6 et 1. L'énergie *coûteuse* est  $E$ .
14.  $COP = \frac{h_1 - h_6}{h_2 - h_1}$
15. D'après les mesures précédentes :  $\eta = \frac{183}{36,9} = 4,9$ . Ce rendement est très élevé car il ne prend pas en compte le rendement du compresseur : l'énergie coûteuse est l'énergie électrique qui fait tourner le compresseur. L'efficacité de carnot s'écrit  $\eta_c = \frac{T_f}{T_c - T_f}$