

## Devoir surveillé : Thermodynamique

*La calculatrice est autorisée.*

*L'énoncé comporte 3 exercices indépendants et de nombreuses questions sont indépendantes à l'intérieur des exercices.*

### 1 Mesure de chaleur latente (8 points)

Dans un calorimètre aux parois calorifugées, on introduit une masse  $m_1$  d'eau liquide initialement à  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ . On y ajoute une masse  $m_2$  de glace à  $T_2 = -5^\circ\text{C}$ . On suppose que la transformation se fait à pression constante  $P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$ .

*Données :* : capacité thermique massique de l'eau liquide  $c_{\text{liq}} = 4,18 \text{ kJ/K/kg}$ , celle de la glace est  $c_s = 2075 \text{ J/K/kg}$ .

On note  $\Delta h_{fus} = 3,3 \cdot 10^2 \text{ kJ/kg}$

1. Faire un schéma représentant l'état initial du système. Et faire une hypothèse sur l'état final.(1)
2. Définir la valeur en eau du calorimètre. Que représente cette grandeur ? On négligera cette grandeur dans la suite.
3. Décrire les différentes étapes subies par les éléments du système.(1)
4. On suppose qu'à l'état final l'eau est entièrement sous forme liquide. Déterminer sa température  $T_F$ . Conclure.(2)

On suppose maintenant qu'à l'état final l'eau est présente sous forme d'un mélange solide et liquide et que  $T_2 = 0^\circ\text{C}$

5. Que peut-on dire sans calcul sur l'état final ? A quel type de transformation à lieu (1).
6. Déterminer la composition du mélange, c'est-à-dire la masse de chaque phase en utilisant la fraction massique  $x$  de glace qui passe à l'état liquide (3).

### 2 Étude d'une climatisation (D'après banque PT 2006) (37 pts)

La climatisation améliore la qualité de l'ambiance des locaux d'habitation ou collectifs, des bureaux, des laboratoires ou usines. Elle permet donc d'optimiser les conditions de travail ou de vie toute l'année. Climatiser c'est mettre à bonne température, que ce soit en refroidissant ou en chauffant : d'un point de vue technique il ne faut pas dissocier chauffage et climatisation, même si l'on n'étudie, dans ce problème, que la fonction refroidissement.

#### 2.1 Fonctionnement d'une climatisation

Un climatiseur se compose de quatre éléments principaux (voir figure 1) : un compresseur (W), un détendeur (D), un évaporateur (EV) et un condenseur (CD).

Dans toute l'étude, on suppose l'écoulement du fluide permanent, et on néglige toute variation d'énergie cinétique massique et d'énergie potentielle massique.

Le compresseur  $W$  aspire le fluide sous une basse pression, le comprime à l'aide d'un piston entraîné par un moteur et le refoule sous une haute pression. Pour simplifier, on considère que la compression est adiabatique et réversible. Dans toute la suite, on nomme *état 1* l'état du fluide à l'entrée du compresseur.

Le détendeur  $D$ , calorifugé et sans pièces mécaniques mobiles, est muni d'un pointeau qui permet de réguler le débit du fluide. La chute de pression est due aux variations de section dans cet élément.

L'évaporateur et le condenseur sont des échangeurs thermiques isobares, dépourvus de pièces mécaniques mobiles qui ressemblent à des radiateurs, offrant ainsi une grande surface de contact thermique avec l'air du local à climatiser (pour l'un) et l'air extérieur (pour l'autre).

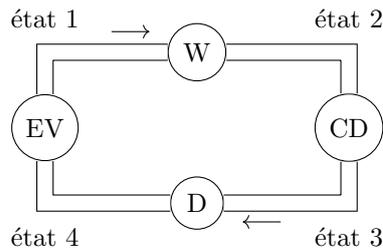


Figure 1: Schéma de principe du climatiseur.

On suppose que les pressions sont uniformes dans chacune des deux parties du circuit (la partie haute pression et la partie basse pression), c'est-à-dire que l'on néglige les pertes de charge, sauf dans le détendeur (voir plus haut).

1. Identifier pour chaque élément, les travaux et transferts thermiques reçus. Indiquer le sens effectif des transferts thermiques dans le condenseur et dans l'évaporateur.
2. Recopier sommairement, sur la copie, la figure 1 et y indiquer le circuit haute pression et le circuit basse pression, et les différents transferts énergétiques massiques.

Le développement de la climatisation se fait dans un contexte politique de maîtrise de l'énergie. De ce fait, la promotion de nouvelles technologies de climatisation à faible consommation d'énergie est indispensable ; on doit remarquer que plus les gaz à effet de serre réchauffent l'atmosphère, plus les besoins en climatisation sont importants et plus de  $CO_2$  et de chaleur sont rejetés (directement ou indirectement), du fait de cette même climatisation : il faut donc être exigeant sur l'efficacité des climatiseurs.

3. Rappeler le principe d'une installation frigorifique ; rappeler la définition de son efficacité et expliquer pourquoi son augmentation va dans le sens des économies d'énergie.

## 2.2 Étude du cycle du fluide frigorigène

Le schéma de la figure 2 représente l'allure du cycle décrit par le fluide frigorigène dans le diagramme enthalpique dit des frigoristes (enthalpie massique  $h$  en abscisse, pression  $P$  en ordonnée, avec échelle logarithmique).

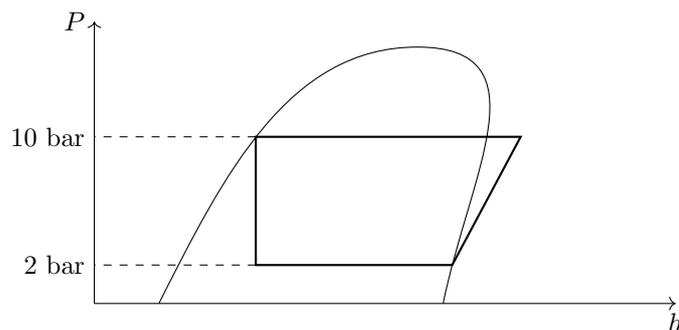


Figure 2: Allure du cycle du fluide frigorigène.

4. Reproduire sommairement la figure 2 sur la copie et y reporter le sens de parcours du cycle ainsi que les positions des états 1, 2, 3 et 4.
5. Énoncer le premier principe de la thermodynamique pour les fluides en régime stationnaire (phase condensée, écrire le principe par unité de masse).
6. Préciser et justifier la nature des transformations du fluide (isobare, isotherme, isenthalpique ou isentropique) au cours du cycle.
7. Évaluer littéralement pour les quatre transformations  $i \rightarrow j$  ( $1 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 3$ , etc.), en justifiant soigneusement les expressions obtenues, le travail massique utile  $w_{u,ij}$  et le transfert thermique massique  $q_{ij}$  en fonction des enthalpies massiques des points remarquables du cycle.

8. Donner l'expression de l'efficacité de l'installation en fonction des enthalpies massiques adéquates. On donne en annexe le diagramme des frigorigènes enthalpique du fluide R134a. Dans la suite, la basse pression est fixée à 2 bar et la haute pression à 10 bar.
9. Reproduire sur la copie la table 1 et la compléter pour le fluide R134a en s'aidant du diagramme enthalpique correspondant. Calculer l'efficacité  $e$  du cycle du climatiseur réfrigérant, dans ce cas.

État du fluide	1	2	3	4
Pression (bar)				
Température ( $^{\circ}\text{C}$ )				
Enthalpie massique (kJ/kg)				
Titre en vapeur				

Table 1: À reproduire sur la copie et à compléter.

10. Redémontrer l'expression de l'efficacité  $e_C$  du cycle de Carnot d'un climatiseur (on notera  $T_c$  la température de la source chaude et  $T_f$  la température de la source froide). Calculer numériquement l'efficacité du cycle de Carnot d'un climatiseur fonctionnant entre les deux sources proposées. Commenter le résultat obtenu.

### 2.3 Comment améliorer l'efficacité du cycle

On s'intéresse aux transformations au niveau de chaque élément du climatiseur.

On s'aidera pour répondre à ces questions du diagramme thermodynamique donné en annexe, et on reportera au fur et à mesure les différents points représentatifs ( $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$ ,  $4'$ ) du cycle optimisé sur ce diagramme. **Le feuillet mobile, ainsi complété, sera ensuite rendu avec la copie en fin d'épreuve.**

Le compresseur aspire et refoule une même masse de fluide, imposant ainsi la conservation du débit massique du fluide.

**L'évaporateur** À la sortie de l'évaporateur les vapeurs sont surchauffées de façon isobare à la température  $T'_1$ , avant d'être aspirées par le compresseur. On définit la surchauffe à l'aspiration par la valeur de la différence ( $T'_1 - T_1$ ). En fait il y a deux contributions à cette surchauffe, que l'on peut modéliser ainsi :

- une première surchauffe de  $5^{\circ}$  due à l'air de l'installation à rafraîchir
- une deuxième surchauffe, qui peut être due à l'air chaud extérieur à l'installation où se trouve le compresseur.

11. En quoi la première surchauffe est-elle souhaitable ?

On cherche à minimiser le plus possible la seconde surchauffe : on isole donc la tuyauterie d'aspiration.

Dans la suite du problème, on ne considère donc plus que la surchauffe de  $5^{\circ}\text{C}$  en sortie immédiate de l'évaporateur.

12. Reporter alors le point qui représente l'état correspondant, numéroté  $1'$ , du fluide sur le diagramme donné en annexe à l'entrée du compresseur et en déduire la position du point  $2'$  représentatif de l'état du fluide à la sortie du compresseur. Donner les valeurs numériques  $h'_1$ ,  $h'_2$  et  $T'_2$  correspondantes.

**Le condenseur** À la sortie du compresseur le fluide circule dans le tuyau de refoulement qui mène au condenseur. Ce tuyau n'est pas calorifugé à dessein et le fluide se refroidit de manière isobare (sans perte de charge) : soit une désurchauffe de  $6^{\circ}\text{C}$ .

13. Pourquoi parle-t-on de désurchauffe ? Comment s'opère cette désurchauffe ? Quel peut être son intérêt ?

14. Quelle est la température  $T_2''$  à l'entrée du condenseur (après la désurchauffe de  $6^\circ\text{C}$ ) ? Sous quel état se trouve le fluide ? Reporter le point  $2''$  correspondant sur le diagramme.

À la sortie du condenseur le fluide est sous-refroidi jusqu'à la température  $T_3'$ .

15. Quel est l'intérêt de ce sous-refroidissement ? Quelle valeur faut-il lui donner pour améliorer encore la puissance frigorifique de 5%, par rapport à la situation précédente (c'est-à-dire à la situation avec surchauffe et désurchauffe, mais sans sous-refroidissement), à valeur donnée du débit massique ? En déduire  $h_3'$ , reporter le point qui représente l'état correspondant, numéroté  $3'$ , sur le diagramme donné en annexe. En déduire  $T_3'$ .

Dans la suite du problème on considèrera que  $T_3' = 35^\circ$ .

**Le détendeur** Le rôle du détendeur est double :

- faire baisser la pression en perturbant l'écoulement du fluide,
- réguler le débit du fluide (à l'aide d'un pointeau).

16. Indiquer, sans calcul mais en justifiant néanmoins la réponse, s'il faut augmenter ou diminuer le débit pour s'assurer que tout le liquide se vaporise bien dans l'évaporateur (ce qui évite que du liquide soit aspiré dans le compresseur et l'endommagement) et obtenir une surchauffe en sortie d'évaporateur ?

17. Quelle doit être la valeur du débit massique  $D_{mf}$  du R134a pour avoir la puissance frigorifique voulue 3kW ? On rappelle que la puissance peut s'écrire comme le produit d'un débit massique et d'une différence d'enthalpie massique.

On règle le détendeur pour que  $D_{mf} = 0.02\text{kg/s}$ .

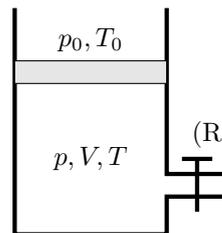
**Le compresseur**

18. À quelle pression sont aspirés les gaz ? À quelle pression sont-ils refoulés ?
19. Quelle est la puissance  $\mathcal{P}_{comp}$  consommée par le compresseur ?
20. Calculer l'efficacité  $e'$  du système optimisé.

### 3 Quelques transformations d'un gaz (20 pts)

On considère un cylindre vertical de section  $S$  fermé par un piston horizontal de masse négligeable, se déplaçant sans frottements (voir figure ci-contre). Le cylindre est muni d'un robinet (R) dans sa partie inférieure. Sauf indication contraire, le robinet est fermé.

Le cylindre contient  $n$  moles d'air, à la température  $T_1 = T_0$  ( $T_0$  est la température extérieure supposée constante) et à la pression  $p_1 = p_0$  ( $p_0$  est la pression atmosphérique supposée constante).



Le piston, les parois du cylindre et le robinet sont supposés être calorifugés.

L'air est considéré comme un gaz parfait dont on note  $\gamma$  le rapport des capacités thermiques molaires isobare et isochore :  $\gamma = \frac{C_{P,m}}{C_{V,m}}$ .

On note  $p$ ,  $V$  et  $T$  les pression, volume et température du gaz dans un état d'équilibre quelconque.

On note  $R$  la constante des gaz parfaits.

On donne pour les applications numériques :

$S = 1.00 \times 10^{-2}\text{m}^2$  ;  $n = 0.200\text{ mol}$  ;  $R = 8.31\text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$  ;  $T_0 = 300\text{K}$  ;  $p_0 = 1.00 \times 10^5\text{Pa}$  ;  $\gamma = 1,40$ .

1. Rappeler la relation de Mayer pour un gaz parfait. En déduire l'expression de  $C_P$  et  $C_V$  en fonction de  $n$ ,  $R$  et  $\gamma$ .
2. Exprimer puis calculer le volume initial  $V_1$  de l'air et la hauteur initiale  $h_1$  du piston.
3. L'opérateur appuie très lentement sur le piston de manière à ce que la pression du gaz devienne égale à  $p_2 = 1,5p_1$ .
  - a) Préciser le type de transformation subie par le gaz. À quelle loi obéit le gaz au cours de cette transformation ?
  - b) Exprimer puis calculer le volume  $V_2$  et la température  $T_2$  du gaz.
  - c) Exprimer le travail  $W_r$  reçu par le gaz au cours de la transformation en fonction de  $n$ ,  $R$ ,  $\gamma$ ,  $T_1$  et  $T_2$ .
  - d) Calculer numériquement  $W_r$ .
4. Le système étant de nouveau dans son état initial  $(p_1, V_1, T_1)$ , l'opérateur applique brutalement une force de norme  $F$  constante sur le piston jusqu'à atteindre un état d'équilibre pour lequel la pression du gaz est égale à  $p_3 = 1,5p_1$ .
  - a) En écrivant l'équilibre mécanique du piston, exprimer puis calculer  $F$ .
  - b) Exprimer le travail  $W_i$  reçu par le gaz au cours de la transformation en fonction de  $p_3$ ,  $V_1$  et  $V_3$ .
  - c) En utilisant le premier principe de la thermodynamique, exprimer le volume  $V_3$  du gaz en fonction de  $V_1$ ,  $\gamma$  et du rapport  $\frac{p_1}{p_3}$ . Calculer  $V_3$ . En déduire la température  $T_3$  du gaz dans le cylindre.
  - d) Calculer le travail  $W_i$  reçu par le gaz au cours de la transformation. Comparer  $W_i$  et  $W_r$  et conclure.
5. L'opérateur bloque le piston dans une position telle que :  $V = V_4 = 2.80 \times 10^{-3} \text{m}^3$  ;  $T = T_4 = T_0 = 300\text{K}$  et  $p = p_4$ .
6. Calculer  $p_4$ .

Les parois du cylindre et le robinet étant toujours imperméables à la chaleur, l'opérateur ouvre le robinet pendant un court instant, jusqu'à ce que la pression dans le cylindre soit égale à la pression atmosphérique  $p_0$ , puis il referme le robinet. On note  $n'$  la quantité de gaz sorti du cylindre au cours de cette transformation, dont on suppose qu'il est aussitôt en équilibre thermique et mécanique avec l'extérieur : à pression  $p_0$  et température  $T_0$ .

La température du gaz resté dans le cylindre est alors  $T_5 = 276\text{K}$ .

7.
  - a) Justifier rapidement et sans calculs la diminution de température dans le cylindre.
  - b) Calculer la quantité de gaz  $n'$  qui est sortie du cylindre.
  - c) Exprimer le travail  $W$  reçu par les  $n$  mol de gaz initialement présentes dans le cylindre en fonction de  $n'$ ,  $R$  et  $T_0$ . Calculer  $W$ .
8. À partir de l'état précédent  $(p_0, V_4, T_5)$  où le cylindre contient  $n'' = 0.122\text{mol}$ , le dispositif n'étant pas parfaitement calorifugé, la température dans le cylindre va, au bout d'un certain temps, être égale à la température extérieure  $T_0$ .
  - a) Quelle sera alors la pression  $p_6$  à l'intérieur du cylindre ?
  - b) Exprimer puis calculer le transfert thermique  $Q$  reçu par le gaz contenu dans le cylindre.

**R134a**

Ref: D.P. Wilson & R.S. Basu, ASHRAE Transactions 1988, Vol. 94 part 2.  
DTU, Department of Energy Engineering  
s in [kJ/kg K], v in [m<sup>3</sup>/kg], T in [°C]  
M.J. Skovrup & H.J.H. Knudsen, 05-06-18

