Correction

vendredi 19 novembre 2021 07:57

correction DS filtrage

Q1) Le lien entre est $\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{i}$

cette notation est utilisable en régime sinusoïdal forcé, ce qui est le cas ici, puisque $v(t) = A_0 \sin(\omega t)$.

Q2) Le système est linéaire donc l'intensité se met sous la forme $i(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$

Q3)

$$\underline{Z}_S = \underline{Z}_C + \underline{Z}_L + \underline{Z}_R$$

$$= \frac{1}{jC\omega} + jL\omega + R = \frac{-LC\omega^2 + jRC\omega}{jC\omega}$$

$$\boxed{\underline{Z}_S = \frac{-LC\omega^2 + jRC\omega}{jC\omega}}$$

Q4)

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_S} + \frac{1}{\underline{Z}_{cp}} \Rightarrow \underline{Z} = \frac{\underline{Z}_S\,\underline{Z}_{cp}}{\underline{Z}_S + \underline{Z}_{cp}}$$

avec $\underline{Z}_S = jL_S\omega + \dfrac{1}{jC_S\omega}$

donc

$$\frac{1 - L_S C_S \omega^2}{jC_S\omega} \times \frac{1}{jC_p\omega} \times jC_S\omega$$

$$\underline{Z} = \frac{\dfrac{1 - L_s C_s \omega^2}{j C_s \omega} \times \dfrac{1}{j C_p \omega}}{\dfrac{1 - L_s C_s \omega^2}{j C_s \omega} + \dfrac{1}{j C_p \omega}} \qquad \begin{matrix} \times\, j C_s \omega \\ \\ \times\, j C_s \omega \end{matrix}$$

$$= \frac{1}{j C_p \omega} \times \frac{1 - L_s C_s \omega^2}{1 - L_s C_s \omega^2 + \dfrac{C_s}{C_p}} \qquad \omega_0 = \frac{1}{L_s C_s}$$

$$= \frac{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}{j(C_p + C_s)\omega - j L_s C_p C_s \omega^3}$$

cqfd !

Q6)

$$\underline{Z} = \frac{1}{j(C_p + C_s)\omega} \times \frac{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 - \dfrac{L_s C_p C_s}{C_p + C_s}\omega^2}$$

soit

$$\underline{Z} = \frac{-j}{(C_p + C_s)\omega} \times \frac{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}}{1 - \dfrac{L_s C_p C_s}{C_p + C_s}\omega^2}$$

Par identification, on trouve

$$\boxed{\alpha = C_p + C_s \quad \text{et} \quad \omega_p^2 = \frac{C_p + C_s}{L_s C_p C_s}}$$

Q7) $\varphi = \arg(\underline{Z})$ or $\underline{Z}$ est un imaginaire

-7) $\varphi = \arg(\underline{Z})$ or $\underline{Z}$ est un imaginaire pur donc $\boxed{\varphi = -\frac{\pi}{2}}$

Q8) a) La courbe représente le module de $\underline{Z}$ donc le gain réel du système. Cette courbe tend vers $+\infty$ en 0 et décroît jusqu'à ω_s. De ω_s à ω_p la courbe est croissante et tend vers $+\infty$ en ω_p. Pour $\omega > \omega_p$ la courbe est décroissante et tend vers 0 qd $\omega \to +\infty$.

b) * qd $|\underline{Z}| \underset{\omega \to 0}{\sim} \frac{1}{\alpha \omega}$ qui tend bien vers $+\infty$ en zéro.

* Pour $\omega_s < \omega \ll \omega_p$; $\frac{\omega^2}{\omega_p^2}$ est négligeable

donc $|\underline{Z}| \sim \frac{1}{\alpha} \frac{1 - \frac{\omega_s^2}{\omega_p}}{\omega}$ qui est une fonction croissante

* quand $\omega \to \omega_p$

$$|\underline{Z}| \sim \frac{1}{\alpha\omega} \frac{-\frac{\omega^2}{\omega_s^2}}{1 - \frac{\omega_+^2}{\omega_p^2}} = \frac{-\frac{\omega}{\alpha\omega_s^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}} \longrightarrow +\infty$$

* qd $\omega \to +\infty$

$$|\underline{Z}| \sim \frac{1}{\cdot} \quad \frac{-\frac{\omega^2}{\omega_s^2}}{} \quad \frac{1}{} \quad \frac{\omega_p^2}{}$$

$$|\underline{Z}| \sim \frac{1}{\alpha\omega} \frac{-\frac{\omega^2}{\omega_s^2}}{\frac{\omega^2}{\omega_p^2}} = \frac{1}{\alpha\omega}\frac{\omega_p^2}{\omega_s^2} \xrightarrow[\omega \to +\infty]{} 0$$

9) a) La résonance en intensité correspond au maximum de la fonction $|\underline{I}| = \frac{|U|}{|\underline{Z}|}(\omega)$

L'anti: résonance correspond au minimum de $|\underline{I}|(\omega)$

b) Le maximum de $|\underline{I}|$ correspond au minimum de $|\underline{Z}|$ soit $\underline{\omega_s}$.

À l'inverse une antirésonance apparaît pour ω_p.