Machines thermiques -Applications des principes de la thermodynamique-

D. Micard

29 mars 2021

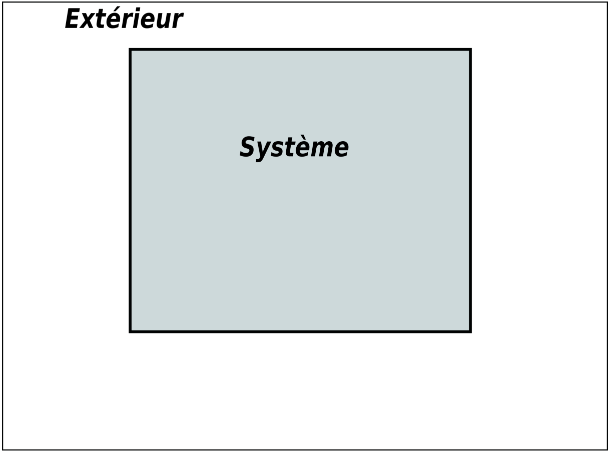
Contents

La machine ditherme

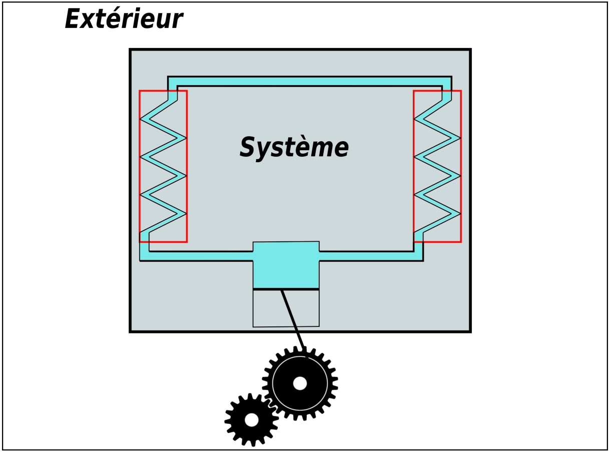
Définition

Machine thermique : dispositif dans lequel un fluide subit une transformation cyclique.
Ditherme échange de l'énergie par transferts thermiques entre deux sources de chaleur

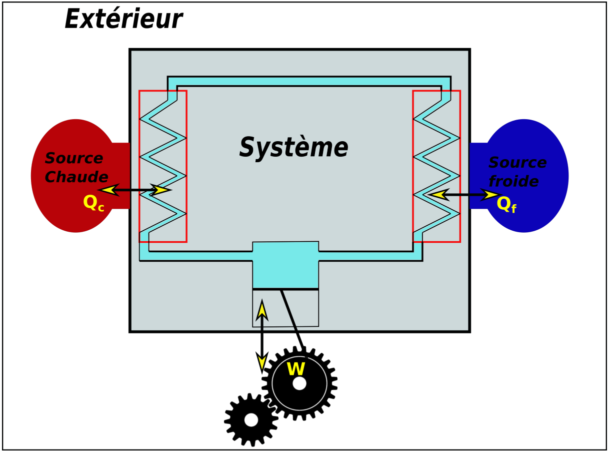
La machine ditherme



La machine ditherme



La machine ditherme

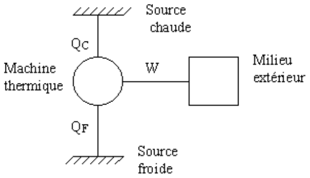


Hypothèses et notations

- **Source de chaleur :** Système de grande taille susceptible d'échanger de l'énergie thermique alors que sa température est constante : c'est un thermostat.
- **Source mécanique :** Système qui échange un travail W en l'absence de tout échange thermique.

Hypothèses et notations

- **Source de chaleur :** Source froide $T = T_f$, source chaude $T = T_c > T_f$
- **Transferts thermiques :** Q_f et Q_c



Représentation simplifiée

Contents

Inégalité de Clausius

Application du premier et second principes :

$$\Delta U_{cycle} = W + Q_f + Q_c = 0 \text{ et } \Delta S_{cycle} = 0$$

car U et S sont des fonctions d'état et que le fluide retourne dans son état initial.

Application du premier et second principes :

$$\Delta U_{cycle} = W + Q_f + Q_c = 0 \text{ et } \Delta S_{cycle} = 0$$

Second principe ditherme

$$S_e = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \text{ et } \Delta S_{cycle} = 0 = S_e + S_c \text{ avec } S_c \geq 0$$

Application du premier et second principes :

$$\Delta U_{cycle} = W + Q_f + Q_c = 0 \text{ et } \Delta S_{cycle} = 0$$

Second principe ditherme

$$S_e = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \text{ et } \Delta S_{cycle} = 0 = S_e + S_c \text{ avec } S_c \geq 0$$

Inégalité de Clausius

Pour une machine thermique ditherme, les échanges d'énergie par transfert thermique sont tels que :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$$

Application du premier et second principes :

$$\Delta U_{cycle} = W + Q_f + Q_c = 0 \text{ et } \Delta S_{cycle} = 0$$

Inégalité de Clausius

Pour une machine thermique ditherme, les échanges d'énergie par transfert thermique sont tels que :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$$

Si le cycle est décrit de façon réversible, on a : $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$.
Cette Inégalité ce généralise dans le cas de plusieurs sources : $\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$.

Classification des machines thermiques

Parmi les machines thermiques, on distingue :

- **les moteurs thermiques** qui fournissent du travail à un autre système, i.e leur travail reçu est négatif $W < 0$.
- **Les pompes à chaleur et réfrigérateur** qui reçoivent un travail :$W > 0$.

Classification des machines thermiques

Parmi les machines thermiques, on distingue :

- **les moteurs thermiques** qui fournissent du travail à un autre système, i.e leur travail reçu est négatif $W < 0$.
- **Les pompes à chaleur et réfrigérateur** qui reçoivent un travail : $W > 0$.

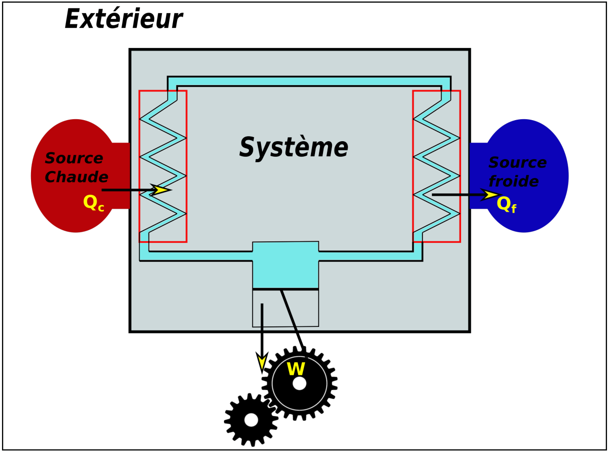
Efficacité

L'efficacité d'une machine thermique, notée e ou η, est le rapport en valeur absolue du transfert d'énergie utile sur le transfert d'énergie dépensé pour le fonctionnement.

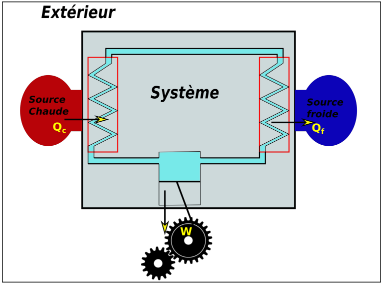
Contents

Moteur ditherme

Définition



Définition



Moteur ditherme

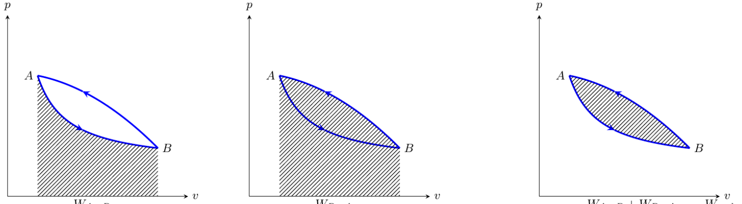
C'est une machine thermique qui :

- fournit un travail $W < 0$.
- reçoit un transfert thermique d'une source chaude $Q_c > 0$
- fournit un transfert thermique à une source froide $Q_f < 0$

Interprétation graphique

Travail d'une transformation cyclique

L'aire du cycle dans le diagramme de Clapeyron représente l'opposé du travail massique reçu par le système, tandis que l'aire du cycle dans le diagramme de Watt représente l'opposé du travail reçu par le système.



$\mathcal{A}_1 = -\frac{W_{A\to B}}{m} > 0$ $\mathcal{A}_2 = -\frac{W_{B\to A}}{m} < 0$ $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = -\frac{W_{A\to B} + W_{B\to A}}{m} = -\frac{W_{cycle}}{m}$

Dans cet exemple le travail reçu par le système lorsqu'il parcourt un cycle est positif.

Interprétation graphique

Travail d'une transformation cyclique

L'aire du cycle dans le diagramme de Clapeyron représente l'opposé du travail massique reçu par le système, tandis que l'aire du cycle dans le diagramme de Watt représente l'opposé du travail reçu par le système.

▷ Si le cycle est parcouru dans le sens direct alors $W_{cycle} > 0$, le cycle est dit récepteur i.e. reçoit du travail de l'extérieur. exemple : une machine frigorifique.

▷ Si le cycle est parcouru dans le sens indirect alors $W_{cycle} < 0$, le cycle est dit moteur i.e. cède du travail à l'extérieur. exemple : moteur à combustion.

Premier principe :

$$\Delta U_{cycle} = 0 = Q_f + Q_c + W$$

or $W < 0$ pour un moteur et $Q_f + Q_c = -W$ donc $Q_f + Q_c \geq 0$ et $Q_f \geq -Q_c$.

Premier principe :

$$\Delta U_{cycle} = 0 = Q_f + Q_c + W$$

or $W < 0$ pour un moteur et $Q_f + Q_c = -W$ donc $Q_f + Q_c \geq 0$ et $Q_f \geq -Q_c$.

Second principe :

$$\Delta S = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c$$
$$\Longleftrightarrow \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$$
$$\text{or } Q_f \geq -Q_c \text{ donc } \frac{-Q_f}{T_c} \leq \frac{Q_c}{T_c} \leq \frac{-Q_f}{T_f}$$

Second principe :

$$\Delta S = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c$$
$$\Longleftrightarrow \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$$
$$\text{or } Q_f \geq -Q_c \text{ donc } \frac{-Q_f}{T_c} \leq \frac{Q_c}{T_c} \leq \frac{-Q_f}{T_f}$$

Bilan :

$$Q_f\left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_f}\right) \geq 0$$

Comme $T_c > T_f$ ce résultat n'est possible que si $Q_f \leq 0$ et $Q_c \geq 0$.

Efficacité d'un moteur

Pour un moteur, l'énergie utile est le travail et l'énergie dépensée est le transfert thermique venant de la source chaude :

$$e = -\frac{W}{Q_c}$$

or $W = -Q_c - Q_f$ donc

$$e = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}.$$

Réutilisons maintenant les résultats du second principe :
$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$ et $\frac{Q_f}{Q_c} \leq -\frac{T_f}{T_c}$.
On en déduit que :

$$e \leq 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

Théorème de Carnot

L'efficacité d'un moteur thermique est maximale lorsque le cycle est décrit de façon réversible.
La valeur de l'efficacité maximale est appelée **efficacité de Carnot** et ne dépend que des températures T_f et T_c des thermostats.

$$e_c = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

Interprétation : Le fait que le rendement soit inférieur à 1 indique qu'un moteur ditherme ne peut convertir intégralement toute l'énergie thermique prélevée en travail.

Le rendement est maximal si les transformations sont réversibles

- des transformations adiabatiques (pas de transfert thermique)
- des transformations réversibles (transfert thermique à température constante).

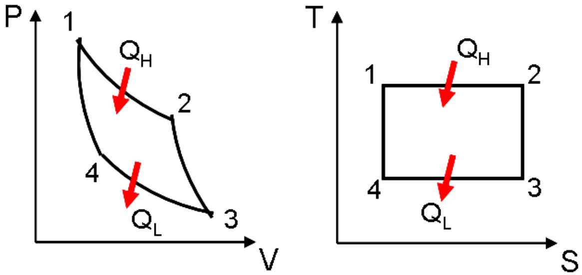


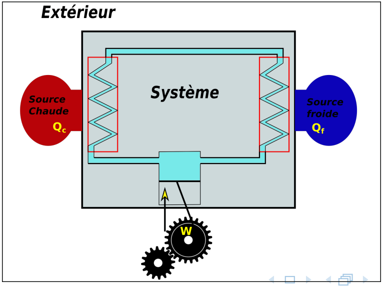
Fig.1. P-V and T-S diagrams of Carnot Cycle

Contents

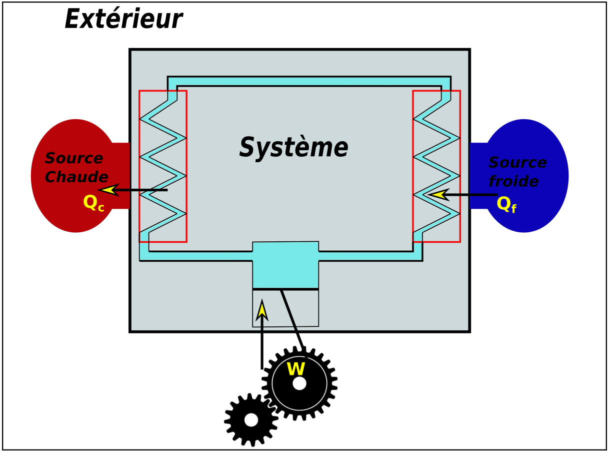
Réfrigérateur et pompe à chaleur

Machines thermiques qui

- reçoivent un travail $W > 0$.
- fournissent un transfert thermique à une source chaude $Q_c < 0$.
- reçoivent un transfert thermique d'une source froide $Q_f > 0$.



Cas du réfrigérateur



Calcul d'efficacité

Définition

Énergie coûteuse : le travail (compression)
Énergie utile : le froid

$$e = \frac{Q_f}{W}$$

Calcul d'efficacité

$$\begin{cases} \Delta U_{cycle} = 0 = Q_f + Q_c + W \\ \Delta S = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S_c \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} Q_f + Q_c = -W \\ \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow W \geq -Q_f + Q_f \frac{T_c}{T_f} = -Q_f(1 - \frac{T_c}{T_f}) < 0$$

Ainsi l'efficacité thermique peut se réécrire :

$$e = \frac{Q_f}{W} \leq \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

Efficacité maximale

L'efficacité thermique d'un réfrigérateur cyclique ditherme vérifie :

$$e \leq e_{max} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

- idem réfrigérateur
- Le système : fluide caloporteur
- but : **chauffer la source chaude**

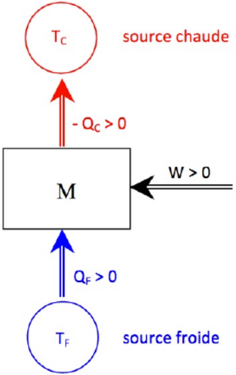


FIGURE 3: Pompe à chaleur

Efficacité de la pompe à chaleur

Dans le cas d'une pompe à chaleur ditherme l'efficacité thermique :

$$e = \frac{|Q_c|}{W}$$

À vos crayons

Exprimez l'efficacité de Carnot en fonction de la température des sources

réponse

L'efficacité thermique d'une pompe à chaleur cyclique ditherme vérifie :

$$e \leq e_{max} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

L'efficacité thermique maximale (ou efficacité de Carnot) correspond à un réfrigérateur fonctionnant de façon réversible.

Contents

- Détente isotherme $1 \longmapsto 2$
- Refroidissement isochore $2 \longmapsto 3$
- Compression isotherme $3 \longmapsto 4$
- Chauffage isochore $4 \longmapsto 1$

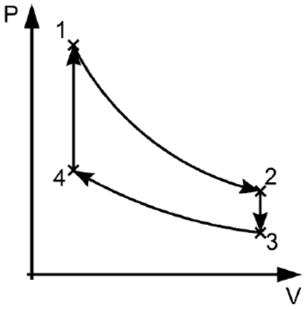
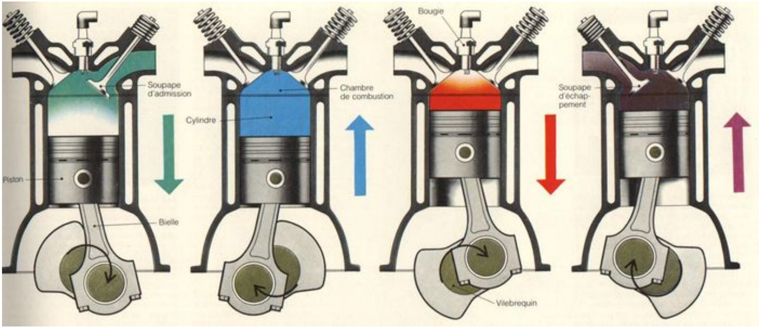


FIGURE 4: Cycle de Stirling théorique

En 1862, Alphonse Beau dépose un brevet concernant un cycle dont l'intérêt est de décrire le cycle à quatre temps du moteur à combustion interne d'automobile. Première application : 1876, Nikolaus Otto .



Étapes de fonctionnement du moteur à combustion

1. Admission : Le cylindre ayant son volume minimal (point A : $V = Vmin$), la soupape d'admission s'ouvre et le mélange air + carburant entre dans le cylindre quasiment à pression constante. Le piston se déplace jusqu'à ce que le volume du cylindre soit maximal (point B : $V = Vmax$). La différence $Vmax - Vmin$ est **la cylindrée** du moteur.
2. Compression : la soupape d'admission se ferme et le piston remonte jusqu'au volume $Vmin$: point C..
3. Combustion et détente : les soupapes sont fermées, au point C la bougie produit une étincelle pour enflammer le mélange air–carburant. L'explosion du mélange qui fait augmenter la pression jusqu'à atteindre la valeur maximale (point D).
4. La pression augmente brutalement et repousse le piston (c'est le temps moteur). Les soupapes étant toujours fermées, les produits de la combustion se détendent en repoussant

Étapes de fonctionnement du moteur à combustion

1. Admission : Le cylindre ayant son volume minimal (point A : $V = Vmin$), la soupape d'admission s'ouvre et le mélange air + carburant entre dans le cylindre quasiment à pression constante. Le piston se déplace jusqu'à ce que le volume du cylindre soit maximal (point B : $V = Vmax$). La différence $Vmax - Vmin$ est **la cylindrée** du moteur.
2. Compression : la soupape d'admission se ferme et le piston remonte jusqu'au volume $Vmin$: point C..
3. Combustion et détente : les soupapes sont fermées, au point C la bougie produit une étincelle pour enflammer le mélange air–carburant. L'explosion du mélange qui fait augmenter la pression jusqu'à atteindre la valeur maximale (point D).
4. La pression augmente brutalement et repousse le piston (c'est le temps moteur). Les soupapes étant toujours fermées, les produits de la combustion se détendent en repoussant

Étapes de fonctionnement du moteur à combustion

1. Admission : Le cylindre ayant son volume minimal (point A : $V = Vmin$), la soupape d'admission s'ouvre et le mélange air + carburant entre dans le cylindre quasiment à pression constante. Le piston se déplace jusqu'à ce que le volume du cylindre soit maximal (point B : $V = Vmax$). La différence $Vmax - Vmin$ est **la cylindrée** du moteur.
2. Compression : la soupape d'admission se ferme et le piston remonte jusqu'au volume $Vmin$: point C..
3. Combustion et détente : les soupapes sont fermées, au point C la bougie produit une étincelle pour enflammer le mélange air–carburant. L'explosion du mélange qui fait augmenter la pression jusqu'à atteindre la valeur maximale (point D).
4. La pression augmente brutalement et repousse le piston (c'est le temps moteur). Les soupapes étant toujours fermées, les produits de la combustion se détendent en repoussant

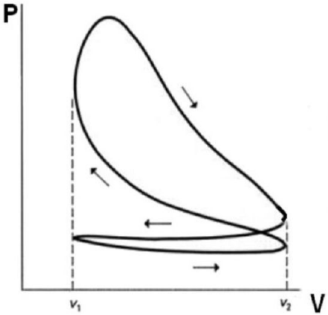
Étapes de fonctionnement du moteur à combustion

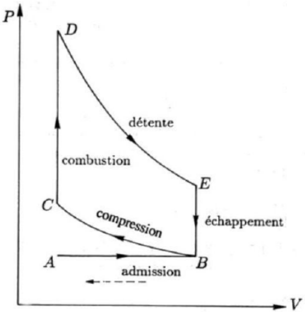
1. Admission : Le cylindre ayant son volume minimal (point A : $V = Vmin$), la soupape d'admission s'ouvre et le mélange air + carburant entre dans le cylindre quasiment à pression constante. Le piston se déplace jusqu'à ce que le volume du cylindre soit maximal (point B : $V = Vmax$). La différence $Vmax - Vmin$ est **la cylindrée** du moteur.
2. Compression : la soupape d'admission se ferme et le piston remonte jusqu'au volume $Vmin$: point C..
3. Combustion et détente : les soupapes sont fermées, au point C la bougie produit une étincelle pour enflammer le mélange air–carburant. L'explosion du mélange qui fait augmenter la pression jusqu'à atteindre la valeur maximale (point D).
4. La pression augmente brutalement et repousse le piston (c'est le temps moteur). Les soupapes étant toujours fermées, les produits de la combustion se détendent en repoussant

Étapes de fonctionnement du moteur à combustion

1. Admission : Le cylindre ayant son volume minimal (point A : $V = Vmin$), la soupape d'admission s'ouvre et le mélange air + carburant entre dans le cylindre quasiment à pression constante. Le piston se déplace jusqu'à ce que le volume du cylindre soit maximal (point B : $V = Vmax$). La différence $Vmax - Vmin$ est **la cylindrée** du moteur.
2. Compression : la soupape d'admission se ferme et le piston remonte jusqu'au volume $Vmin$: point C..
3. Combustion et détente : les soupapes sont fermées, au point C la bougie produit une étincelle pour enflammer le mélange air–carburant. L'explosion du mélange qui fait augmenter la pression jusqu'à atteindre la valeur maximale (point D).
4. La pression augmente brutalement et repousse le piston (c'est le temps moteur). Les soupapes étant toujours fermées, les produits de la combustion se détendent en repoussant

Ces étapes peuvent être représentées dans un diagramme de Watt ou de Clapeyron :





Ce cycle est inspiré du cycle de Beau de Rochas

✍ Cycle de Beau de Rochas

- $A \to B$: Admission à pression constante (soupape ouverte).
- $B \to C$: Compression adiabatique (suffisamment rapide) et réversible (frottements du piston négligés et vitesse du piston négligeable devant la vitesse du son dans le gaz).
- $C \to D$: Combustion isochore (car augmentation de pression brutale) modélisée par le contact avec une source chaude fictive.
- $D \to E$: Détente adiabatique et réversible.
- $E \to B$: Ouverture de la soupape, détente isochore. En réalité les gaz brûlés sont évacués et laissent place à un nouveau mélange, on suppose pour simplifier l'étude que le gaz avant et après combustion a les même propriétés thermodynamique et ainsi on peut se limiter à l'étude du cycle $BCDE$.

Bilan d'énergie

$W + Q_{CD} + Q_{EB} = 0$ l'efficacité de ce moteur s'écrit :

$$e = \frac{-W}{Q_{CD}} = \frac{Q_{CD} + Q_{EB}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{Q_{EB}}{Q_{CD}}$$

Transformations isochores :

$$\Delta U_{CD} = Q_{CD} = C_v(T_D - T_C) \text{ et } \Delta U_{EB} = Q_{EB} = C_v(T_B - T_E)$$

ce qui permet de réécrire :

$$e = 1 + \frac{T_B - T_E}{T_D - T_C}.$$

Les transformations DE et BD sont adiabatiques réversibles et le gaz de la machine est supposé parfait donc :

$$T_E V_E^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \,;\; T_C V_C^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

alors le rendement devient :

$$e = 1 + \frac{T_B - T_D a^{\gamma-1}}{T_D - T_B a^{1-\gamma}} = 1 - a^{\gamma-1}$$

avec $a = \frac{Vmin}{Vmax} = \frac{V_D}{V_E} = \frac{V_B}{V_C}$.