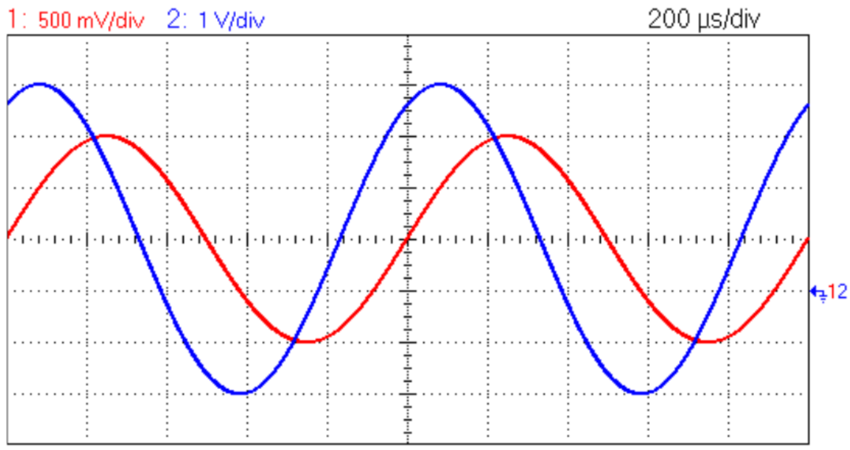
TD : 2-Régime sinusoïdal forcé

1 Applications directes du cours

App1 : lecture d'un oscillogramme



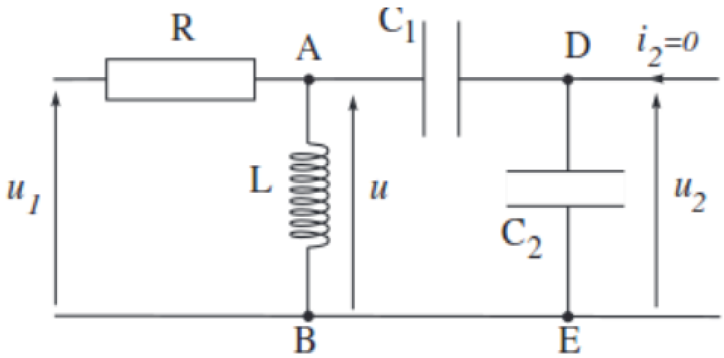
1. À partir de l'oscillogramme ci-dessus, donner l'amplitude des deux signaux sinusoïdaux ainsi que leurs valeurs moyennes.
2. En déduire leurs valeurs efficaces.
3. Donner leurs fréquences et leurs périodes.
4. Donner leur déphasage.

App2 : Étude d'un circuit RL série en régime sinusoïdal forcé

Une bobine d'inductance L est associée à une résistance R connue, de manière à constituer un circuit RL. Le générateur délivre une tension $e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω. On relève simultanément sur un oscilloscope les signaux $e(t)$ et $u(t)$, ce dernier étant prélevé aux bornes de la résistance R.

1. En supposant que la bobine se comporte de manière idéale, établir une équation différentielle liant $e(t)$ et $u(t)$. En déduire une relation entre les amplitudes complexes $\underline{E}$ et $\underline{U}$, en fonction de L, R et ω.
2. Retrouver directement cette relation en utilisant la loi du diviseur de tension.
3. Par quelle opération sur les nombres complexes déduit-on du rapport $\frac{\underline{U}}{\underline{E}}$ (appelé fonction de transfert) le rapport des amplitudes $\frac{U_0}{E_0}$ et le déphasage entre les signaux $u(t)$ et $e(t)$?
4. Préciser les expressions obtenues dans le cas du circuit RL, lorsque la bobine est idéale. On suppose la pulsation ! connue.

App3 : Filtre de Colpitts



Exprimer la tension $\underline{U_2}$ en fonction de la tension $\underline{U_1}$.

App4 : Étude d'un signal sinusoïdal de moyenne non nulle

Un signal électrique, issu d'un capteur, s'exprime sous la forme $s(t) = S_0 + S_m cos(\omega t)$ où $\omega = 6,28.10^4$ rad/s.

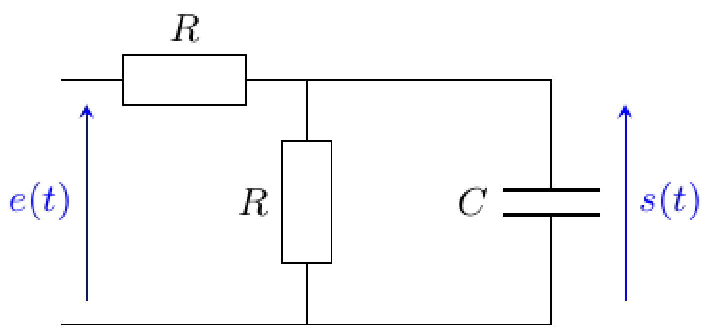
1. Le signal est-il périodique ? Si la réponse est affirmative, préciser sa période et sa fréquence.
2. Représenter son graphe sur quelques périodes, pour $S_0 = 2,0$ V et $S_m = 1,0$ V.
3. Calculer sa valeur moyenne. Quel type d'appareil électrique permet de la mesurer ?
4. On utilise un voltmètre alternatif, qui effectue une mesure RMS. Quel résultat obtient-on ?
5. Compte tenu des valeurs examinées précédemment, peut-on utiliser un oscilloscope pour visualiser l'oscillogramme de ce signal ?
6. À l'entrée de l'oscilloscope, il est possible d'utiliser un couplage direct DC ou alternatif AC. On précise que le choix de ce dernier a pour effet de supprimer la valeur moyenne du signal. Quels oscillogrammes observe-t-on dans les deux cas ?
7. Définir l'amplitude crête-à-crête.

App5 : Impédances complexes et réelles d'une bobine idéale et d'une bobine réelle

1. Pour une bobine idéale d'inductance L, rappeler l'équation différentielle liant l'intensité $i(t)$ la traversant à la tension $u(t)$ à ses bornes.
2. En déduire une relation de proportionnalité entre les amplitudes complexe $\underline{I}$ et $\underline{U}$, permettant de définir l'impédance complexe de la bobine idéale.
3. On modélise une bobine réelle de résistance interne r par l'association série d'une bobine idéale d'inductance L et d'un résistor de résistance r. Reprendre les questions 1 et 2 pour ce nouveau dipôle.

App5 : Notation complexe et signaux d'entrée/sortie

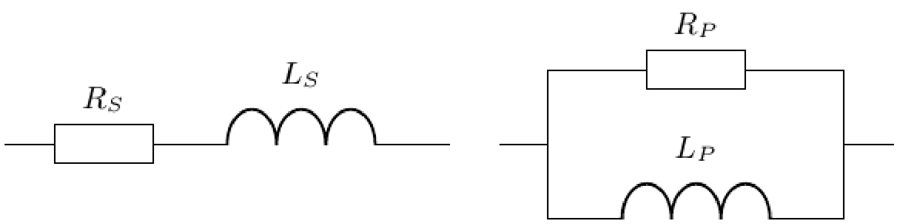
1. Déterminer l'équation différentielle reliant $e(t)$ et $s(t)$.
2. La tension d'entrée est $e(t) = E_0 cos(\omega t)$. En utilisant la notation complexe, déterminer $\underline{s}$ en fonction de $\underline{e}$. En déduire l'amplitude et le déphasage de $s(t)$ par rapport à $e(t)$.



2 Exercices

EX1 : Modélisation d'une bobine

Le modèle d'une bobine, dans une bande étroite de fréquences basses, peut-être représenté soit sous forme série (R_S , L_S), comme sur la figure de gauche, soit sous forme parallèle (R_P , L_P), comme sur la figure de droite.

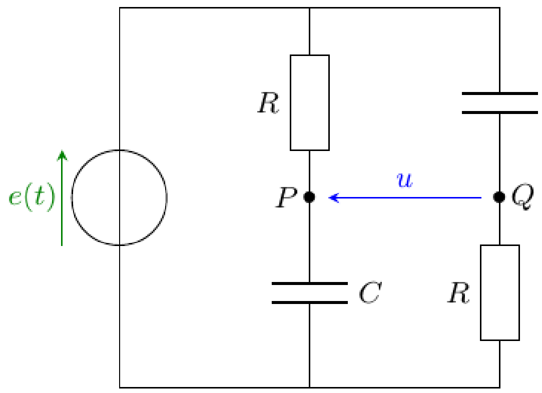


1. Déterminer les expressions de l'impédance complexe et de l'admittance complexe de chaque modèle du dipôle inductif, en fonction de la pulsation ω du régime sinusoïdal.
2. En déduire les relations de passage d'un modèle à l'autre, en fonction du facteur de qualité.
3. Que deviennent ces relations si $Q \ll 1$?

Définition : Le facteur de qualité d'un dipôle passif, caractérisé par son impédance complexe $Z = R + jX$ ou son admittance complexe $Y = G + jB$ est le rapport $Q = \frac{|X|}{R} = \frac{|B|}{G}$.

EX2 : Réseau déphaseur

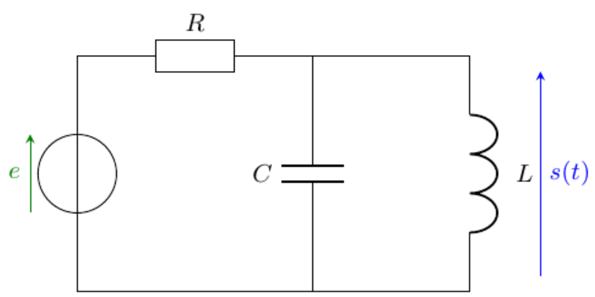
On alimente un réseau constitué de deux résistors, de résistance R réglables mais égales, de deux condensateurs idéaux de capacité C, par un générateur sinusoïdal, d'impédance réelle interne négligeable et de f.e.m. $e(t) = E\sqrt{2}\cos(\omega t)$. On note ϕ le déphasage de la tension $u(t)$, prélevée entre les bornes P et Q, par rapport à la f.e.m. $e(t)$.



1. Déterminer, en régime sinusoïdal forcé, l'expression de la tension u(t).
2. Exprimer ϕ et préciser comment il varie quand on fait varier R de 0 à l'infini.

EX3 : Résonance en tension

On considère le circuit RLC représenté ci-contre, composé d'un résistor, de résistance R, d'une bobine idéale d'inductance L, d'un condensateur idéal, de capacité C, alimenté par une source idéale de tension, de f.e.m. e sinusoïdale, de pulsation ω.



1. Donner l'expression complexe de s.
2. Établir qu'il existe un phénomène de résonance pour la tension s. Préciser la pulsation à laquelle ce phénomène se produit et calculer la valeur de l'amplitude de la tension s à cette pulsation.
3. Déterminer la bande passante correspondante.
4. En déduire l'expression du facteur de qualité.
5. Que peut-on dire du déphasage à la résonance de la tension s ?

3 Problème

Un balourd provoque des vibrations du châssis lors du fonctionnement d'un moteur. Il est nécessaire de prévoir un système de suspension, pour amortir et éviter que ne se propagent ces vibrations. Le

moteur est assimilé à un point matériel M , de masse m. La suspension peut être modélisée par un ressort vertical, de longueur à vide l_0 et de raideur k, placé en parallèle avec un amortisseur qui exerce sur le moteur une force de freinage verticale $\overrightarrow{f} = -\alpha \frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z}$.
Lorsque le moteur tourne tout se passe alors comme s'il apparaissait une force supplémentaire de la forme : $\overrightarrow{F} = F_0 \cos(\omega t)\overrightarrow{u_z}$.

Consigne : En vous appuyant sur les démonstrations vues en cours pour les oscillateurs électriques, montrer en utilisant la notation complexe qu'il existe une résonance en vitesse.