

# TD : Premier principe de la thermodynamique

## 1 Applications directes du cours

### App1 : Température finale et transfert thermique

Soit deux blocs de masse  $m$  supposés indilatables, de capacité thermique massique  $c$  et isolés du milieu extérieur. Les solides sont initialement aux températures  $T_1 = 20^\circ \text{C}$  et  $T_2 = 50^\circ \text{C}$ .

1. Déterminer la température finale du système.
2. Détailler les échanges d'énergie.
3. Reprendre la question 1 pour des blocs de capacité thermique massique  $c_1$  et  $c_2$  (on se limitera à l'expression littérale).

### App2 : Bilan d'énergie sur différents chemins

On étudie une détente de  $n$  moles d'un gaz parfait d'un état  $A(3p_0, V_0)$  à un état  $B(p_0, 3V_0)$ . On considère plusieurs chemins possibles.

- Chemin 1 : refroidissement isochore de  $A$  à  $A_1(p_0, V_0)$  puis détente isobare de  $A_1$  à  $B$ .
  - Chemin 2 : détente isobare de  $A$  à  $A_2(3p_0, 3V_0)$  puis refroidissement isochore de  $A_2$  à  $B$ .
  - Chemin 3 : détente isotherme de  $A$  à  $B$ .
1. Quelle est la variation d'énergie du gaz lors de ces transformations ?
  2. Pour quel chemin le transfert thermique est-il le plus faible ?
  3. Calculer le travail et la chaleur reçue pour chaque transformation. Sachant que  $p_0 = 1,010^5 \text{ Pa}$ ,  $V_0 = 5,0 \text{ L}$  et  $C_v = \frac{5}{2}nR$ .

### App3 : Coefficient adiabatique

1. Rappeler la relation de Mayer et la définition du coefficient adiabatique  $\gamma$ .
2. Déterminer la valeur du coefficient adiabatique pour un gaz parfait monoatomique et diatomique.

## 2 Exercices

### EX1 : Transformation polytropique

Une transformation polytropique est une transformation d'un gaz pour laquelle il existe un coefficient  $k \neq 0$  tel que  $PV^k = \text{cte}$  tout au long de la transformation. De telles transformations sont intermédiaires entre des adiabatiques et des isothermes, et se rencontrent en thermodynamique industrielles, par exemple lorsque le système réfrigérant ne permet pas d'éliminer tout le transfert thermique produit par une réaction chimique. On raisonnera à partir d'une transformation quasi-statique d'un gaz parfait.

*Données* : Pour un gaz parfait  $C_V = \frac{nR}{\gamma-1}$  et  $C_p = \frac{\gamma nR}{\gamma-1}$ .

1. À quelles transformations connues correspondent les cas  $k = 0$ ,  $k = 1$  et  $k = +\infty$  ?
2. Calculer le travail des forces de pression pour un gaz subissant une transformation polytropique entre deux états  $(P_0, V_0, T_0)$  et  $(P_1, V_1, T_1)$  en fonction d'abord des pressions et des volumes puis dans un second temps des températures seulement.
3. Montrer que le transfert thermique au cours de la transformation précédente s'écrit  $Q = nR \left( \frac{1}{\gamma-1} - \frac{1}{k-1} \right) (T_1 - T_0)$ .
4. Analyser les cas  $k = 0$ ,  $k = 1$  et  $k = +\infty$ , et vérifier la cohérence avec l'analyse initiale.

5. À quel type de transformation correspond le cas  $k = \gamma$  ?

### EX2 : Capacité thermique massique du cuivre

Dans un calorimètre dont la valeur en eau vaut  $\mu = 41$  g, on verse 100 g d'eau. Une fois l'équilibre thermique atteint, la température mesurée est de  $20^\circ$  C. On plonge alors un barreau métallique de cuivre de masse 200 g à une température initiale de  $60^\circ$  C. À l'équilibre final, la température est de  $30^\circ$  C. Déterminer la capacité thermique massique du métal.

La capacité thermique massique de l'eau vaut  $c_{eau} = 4,18$  kJ/K/kg . On suppose que toutes les capacités thermiques sont constantes dans le domaine de température considéré. **EX3 : De la glace qui fond**

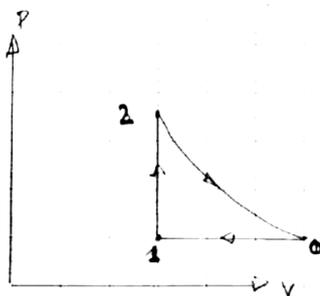
Dans un calorimètre aux parois calorifugées et de capacité thermique négligeable, on introduit une masse  $m_{liq} = 1,00$  kg d'eau liquide initialement à  $T_1 = 20^\circ$  C. On y ajoute une masse  $m_{gl} = 0,50$  kg de glace à  $T_2 = 0^\circ$  C. On suppose que la transformation se fait à pression constante  $P_{atm} = 1$  bar.

*Données* : enthalpie massique de fusion de l'eau  $\Delta_{fus}h = 3,3 \cdot 10^2$  kJ/kg et capacité thermique massique de l'eau liquide  $c = 4,2$  kJ · K<sup>-1</sup> · kg<sup>-1</sup> .

- On suppose qu'à l'état final l'eau est entièrement sous forme liquide. Déterminer sa température  $T_F$  . Conclure.
- On suppose maintenant qu'à l'état final l'eau est présente sous forme d'un mélange solide et liquide. Que peut-on dire sans calcul sur l'état final ? Déterminer la composition du mélange, c'est-à-dire la masse de chaque phase.

### EX4 : Étude du cycle de Lenoir

1.



3.

2.

	p	V
0	$p_0 = 2,0 \times 10^5$ Pa	$V_0 = 20$ L
1	$p_1 = p_0 = 2,0 \times 10^5$ Pa	$V_1 = V_0/2 = 10$ L
2	$p_2 = 5,3 \times 10^5$ Pa	$V_2 = V_1 = 10$ L

Pour trouver la pression  $p_2$  on utilise le fait que la transformation de l'état (2) vers l'état (1) est adiabatique, réversible et qu'il s'agit d'un gaz parfait donc

$$pV^\gamma = \text{cste} = p_2V_2^\gamma = p_0V_0^\gamma \Rightarrow p_2 = p_0 \left( \frac{V_0}{V_2} \right)^\gamma \simeq 5,3 \times 10^5 \text{ Pa} .$$

	W	Q	$\Delta U$
0 → 1	2000 J	7000 J	-5000 J
1 → 2	0 (transfo. isochore)	8250 J	8250 J
2 → 0	-3250 J	0 (transfo adiabatique)	-3250 J

Le système subit une transformation lente (donc quasi-statique), ainsi le travail des forces de pression s'écrit

$$W = - \int p_{ext} dV = - \int p dV \rightarrow W_{01} = - \int_{(0)}^{(1)} p_0 dV = -p_0 \int_{V_0}^{V_1} dV = -p_0(V_1 - V_0) = 2000 \text{ J} .$$

On pourrait calculer le travail pour la transformation adiabatique réversible en réinjectant la loi de Laplace...  $W_{20} = - \int_{(2)}^{(0)} p_0 V_0^\gamma \frac{dV}{V^\gamma}$  mais ce n'est pas nécessaire.

D'autre part, la variation d'énergie interne d'un gaz parfait s'écrit  $\Delta U = C_v \Delta T = \frac{nR}{\gamma-1} (T_f - T_i) = \frac{1}{\gamma-1} (p_f V_f - p_i V_i)$ , donc

$$\Delta U_{01} = \frac{1}{\gamma-1} (p_1 V_1 - p_0 V_0) = -5000 \text{ J} ; \Delta U_{12} = 8250 \text{ J} ; \Delta U_{20} = -3250 \text{ J} .$$

Pour finir, on sait que le bilan d'énergie s'écrit  $\Delta U = W + Q \Rightarrow Q = \Delta U - W$  ou  $W = \Delta U - Q$ .

### EX5 : Chauffage d'un gaz à l'aide d'un élément électrique

Le système étant en équilibre mécanique avec l'extérieur initialement, il va rester dans cet état d'équilibre mécanique car il évolue de manière isobare ; la transformation est alors monobare. Faisons

donc un bilan d'enthalpie :

$$\Delta H = -Q_{ext} + Q_e = mc_p \Delta T$$

Avec  $Q = 2800 \text{ J}$  les pertes thermiques a travers les parois,  $Q_e = \int P dt = \int EI dt = EI\tau = 72000 \text{ J}$ .

De plus la masse de gaz peut s'écrire  $m = n \times M = \frac{p_1 V_1}{RT_1} M$  en supposant le gaz comme parfait. Ainsi le bilan d'enthalpie s'écrit :

$$-Q_{ext} + EI\tau = \frac{p_1 V_1}{RT_1} M c_p \Delta T \implies T_f = 359 \text{ K}$$

### 3 Problèmes

#### Pb1 : Échauffement d'une bille dans l'air

Une bille métallique, de capacité thermique massique  $c$  (supposée constante), est lancée vers le haut avec une vitesse  $\vec{v}_0$ , dans le champ de pesanteur  $\vec{g}$  supposé uniforme. Elle atteint une altitude  $h$ , puis redescend.

1. Déterminer l'altitude maximale  $h_0$  que peut atteindre la bille si on néglige les forces de frottement fluide entre l'air et la bille. Exprimer  $h_0$  en fonction de  $v_0$  et  $g$ .
2. On constate que l'altitude  $h$  est inférieure à  $h_0$ , à cause des forces de frottement. Calculer la variation de température  $\Delta T$  de cette bille entre l'instant où elle est lancée et l'instant où elle atteint son point le plus haut en supposant que : l'on néglige toute variation de volume de la bille ; l'air ambiant reste macroscopiquement au repos ; le travail des forces de frottement se dissipe pour moitié dans l'air ambiant et pour moitié dans la bille. Exprimer  $\Delta T$  en fonction de  $h_0$ ,  $h$ ,  $g$  et  $c$ .
3. Calculer  $h_0$  puis  $\Delta T$ .

Données :  $c = 0,4 \text{ kJ/kg}$  ;  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ ,  $h = 5 \text{ m}$

#### Pb2 : Combien de glaçons dans le jus de fruits ?

Par une chaude journée d'été, vous avez oublié de mettre au frigo le jus de fruits de l'apéritif. Combien de glaçons devez-vous y ajouter pour qu'il soit aussi rafraîchissant ?

Données : enthalpie massique de fusion de l'eau  $\Delta_{fus} h = 3,310^2 \text{ kJ/kg}$  et capacité thermique massique de l'eau  $c = 0,42 \text{ kJ/kg}$