

TD : Second principe de la thermodynamique

1 Applications directes du cours

App1 : Entropie du Gaz parfait

En utilisant l'expression de la variation d'entropie, l'énergie interne du gaz parfait, de la loi des gaz parfaits pour une évolution quasi-statique montrer que $\Delta S = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$. En déduire l'expression de la fonction entropie pour un Gaz parfait.

App2 : Relation de Mayer

Utiliser la relation de Mayer ($C_v + nR = C_p$) et la loi des gaz parfaits ($pV/T = p_0V_0/T_0$) pour réexprimer l'entropie du gaz parfait en fonction d'autres variables thermodynamiques : $S(T, p)$ et $S(p, V)$.

En utilisant l'expression $C_v = \frac{nR}{\gamma-1}$, compactez les différentes expressions de l'entropie du Gaz Parfait $S(T, V)$, $S(T, p)$ et $S(p, V)$.

App3 : Variation d'entropie d'une phase incompressible et indilatable

En utilisant l'expression de la variation d'entropie, l'expression du premier principe et l'hypothèse d'une phase condensé incompressible et indilatable montrer que : $\Delta S = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$.

App4 : Variation d'entropie d'un thermostat

On considère une phase incompressible et indilatable de masse m et de capacité thermique massique c évoluant d'un état initial de température T_1 vers un état final de température T_2 .

1. Exprimer T_2 en fonction des données et du transfert thermique Q reçu par le système.
2. Exprimer la variation d'entropie du système au cours de cette transformation en fonction de Q , T_1 , m et c .
3. Dans le cas où la phase incompressible et indilatable est infiniment grande ($m \rightarrow +\infty$) que deviennent la température T_2 et la variation d'entropie du système ? Que modélise ce système ?

Données : On rappelle que $\ln(1+x) \approx x$ pour $|x| \ll 1$.

App5 : Variation d'entropie lors d'un changement de phase

Dans une enceinte calorifugée déformable, on place une masse $m_1 = 500$ g d'eau liquide de température $T_1 = 15,0^\circ \text{C}$ et une masse $m_2 = 150$ g de glace de température $T_2 = -5^\circ \text{C}$. La capacité thermique massique de l'eau liquide est $c_l = 4,18 \text{ kJ/K}$ et celle de la glace $c_s = 2,06 \text{ kJ/K}$. L'enthalpie massique de fusion de l'eau est $L_{fus} = 330 \text{ kJ/kg}$ et la température de fusion $T_{fus} = 273 \text{ K} = 0,00^\circ \text{C}$.

Dans le chapitre précédent on a montré que l'état final est constitué d'un mélange glace/eau liquide à la température T_{fus} où une masse $x = 90,3$ g de glace a fondu.

Quelle est la variation d'entropie du système eau+glace.

App6 : Tracé d'un diagramme entropique

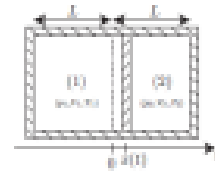
Une mole de gaz parfait, de coefficient γ constant, subit un cycle de transformation, composé d'une compression isotherme, d'un chauffage isobare, d'une détente adiabatique réversible et d'un refroidissement isochore.

1. Représenter ce cycle dans le diagramme de Watt (P, V).
2. Représenter ce cycle dans le diagramme entropique (T, S). Comparer les aires des deux cycles.

2 Exercices

EX1 : Oscillation d'un piston

Un cylindre calorifugé de section S et de longueur $2L$ est séparé en deux compartiments par un piston calorifugé de masse m pouvant se déplacer sans frottements. A l'équilibre, chaque compartiment contient un gaz considéré comme parfait, à la température T_0 , sous la pression P_0 , le piston étant situé en $x = 0$.



A l'instant $t = 0$, on écarte le piston en $x = b$ et on le lâche avec une vitesse initiale nulle.

1. Prévoir qualitativement l'évolution du système.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.
3. Dans le cas où $b \ll L$, la résoudre et décrire le mouvement. On rappelle que pour $\epsilon \ll 1$, on a $1 + \epsilon^\alpha \approx 1 + \alpha\epsilon$.

EX2 : Expérience de Rüchardt

Un gaz parfait est enfermé dans un ballon dont le col est un tube de section S dans lequel se trouve une bille de masse m . On suppose que la bille joue le rôle d'un piston étanche. On note P_0 la pression atmosphérique et V_0 le volume total de gaz à l'équilibre. Le ballon est considéré comme calorifugé.



1. On lâche la bille dans le tube. Prévoir qualitativement ce qu'il se passe.
2. Déterminer l'équation différentielle du mouvement de la bille. On choisira un axe vertical ascendant Oz et on notera $P(z)$ la pression dans le ballon quand la bille est à la côte z (on précisera l'origine choisie) et P_e la pression dans le ballon à l'équilibre.
3. Par des considérations sur l'évolution du gaz, déterminer la loi $P(z)$.
4. En déduire l'équation du mouvement. On fera des approximations simplificatrices. On rappelle que pour $\epsilon \ll 1$, $1 + \epsilon^\alpha \approx 1 + \alpha\epsilon$.
5. Montrer alors que la mesure d'une durée caractéristique du mouvement de la bille permet de déterminer l'exposant adiabatique du gaz, et préciser la relation correspondante.
6. On donne $V_0 = 11,5\text{L}$, $m = 16,5\text{g}$, $P_0 = 1,00 \times 10^5\text{Pa}$, $g = 9.81\text{m.s}^{-2}$. Le tube a pour diamètre $d = 16\text{mm}$. La période des oscillations est de 289 ms. Déterminer γ .

EX3 : Entropie de mélange

Considérons un cylindre parfaitement isolé, séparé en deux compartiments de volume V_0 , par une paroi escamotable. Initialement, chaque compartiment contient un gaz parfait à la même température T_0 . Supposons que l'un renferme de l'hélium (n_1 mol, $C_{V,m1} = 3R/2$ à la pression p_1) et l'autre du dihydrogène (n_2 mol, $C_{V,m2} = 5R/2$ à la pression p_2). Supprimons la paroi escamotable; on atteint un nouvel état d'équilibre caractérisé par : $V_F = 2V_0$, p_F et T_F , les deux gaz, par diffusion, constituant un gaz parfait unique.

1. Calculer p_F et T_F .
2. Effectuer un bilan entropique pour cette transformation.

EX4 : Système Glace/Eau liquide dans un calorimètre

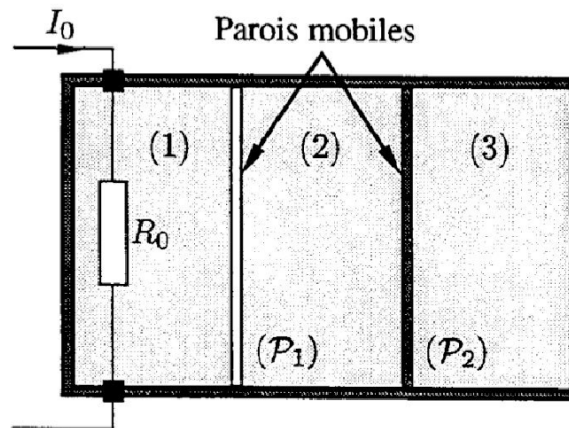
Dans un vase parfaitement calorifugé de capacité thermique $C = 120\text{J.K}^{-1}$ massique $c_e = 4200\text{J.K}^{-1}$, on verse $m_1 = 200\text{g}$ d'eau de capacité thermique. La température d'équilibre s'établit $\theta_1 = 18^\circ\text{C}$. On y introduit alors un cube de glace de masse $m_2 = 72\text{g}$ pris initialement à la température $\theta_2 = 10^\circ\text{C}$ et on agite jusqu'à obtention d'un nouvel équilibre thermique. La capacité thermique massique de la glace est $c_g = 2090\text{J.K}^{-1}$ et la chaleur latente de fusion est, à 0°C et sous la pression atmosphérique normale : $l_f = 333\text{kJ.kg}^{-1}$.

1. Déterminer, lorsque l'équilibre est atteint, la température finale T_f et faire un bilan glace/eau.
2. Calculer (littéralement et numériquement) la variation d'entropie, pour le système { eau liquide + glace + calorimètre }, consécutive à l'introduction de la glace.

3 Problème

Pb1 : Gaz chauffé par une résistance

Un récipient à parois rigides et calorifugées est divisé en trois compartiments étanches par deux cloisons mobiles ($P1$) et ($P2$) pouvant se déplacer sans frottement. La cloison ($P1$) est diathermane tandis que la cloison ($P2$) est calorifugée. Les compartiments (1), (2) et (3) contiennent chacun une mole d'un gaz parfait diatomique. Un générateur électrique fournit de l'énergie au gaz par l'intermédiaire d'un résistor de résistance R_0 , de capacité thermique négligeable, parcouru par un courant constant I_0 pendant une durée τ . Dans l'état initial, les gaz sont à la même température T_0 et à la même pression p_0 . Ils occupent alors chacun le même volume V_0 . On désigne par R la constante des gaz parfaits et par $\gamma = c_P/c_V$ le rapport des capacités thermiques massiques à pression constante c_P et à volume constant c_V . On fait passer un courant suffisamment faible pour que le système évolue lentement. On arrête le chauffage lorsque la température du compartiment (3) $T_{3f} = aT_0$ avec $a > 1$.



1. Calculer la pression finale p_f en fonction de p_0 , a et γ .
2. Calculer le volume V_{3f} du gaz dans le compartiment (3) en fonction de V_0 , a et γ .
3. Exprimer le volume final V_{1f} du gaz dans le compartiment (1) en fonction de V_0 , a et γ .
4. En déduire la température finale T_{1f} du gaz dans le compartiment (1) en fonction de T_0 , a et γ .
5. Calculer le travail W_g fourni par le générateur en fonction de T_{1f} , T_{3f} , T_0 , R et γ .
6. Calculer la variation d'entropie ΔS du système constitué par l'ensemble des gaz dans les trois compartiments en fonction de T_{1f} , V_{1f} , T_0 , V_0 , R et γ .
7. Calculer l'entropie totale S_P produite dans le système constitué par l'ensemble des gaz et du résistor. Que peut-on dire de la transformation ?

On rappelle que l'entropie d'un gaz parfait peut s'écrire :

$$S(T, V) = nR \left[\frac{1}{1-\gamma} \ln \frac{T}{T_0} + \ln \frac{V}{V_0} \right]$$

Pb2 : Différence entre une transformation adiabatique réversible et adiabatique brutale

Une mole de gaz parfait, de capacité thermique molaire à volume constant $C_{Vm} = \frac{5}{2}R$, est contenue dans un cylindre verticale calorifugé comportant un piston mobile calorifugé de section $S = 0,01\text{m}^2$ et de masse négligeable, en contact avec une atmosphère extérieure à pression constante $p_0 = 1\text{bar}$. Initialement, le gaz est à l'équilibre et sa température vaut $T_0 = 300\text{K}$. On donne $g = 9,81\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ coefficient de Laplace de l'air $\gamma = 1,4$.

1. On pose sur le piston une masse $M = 102\text{kg}$ et on laisse le système évoluer. Déterminer sa pression p_1 et sa température T_1 dans le nouvel état d'équilibre (1).
2. L'état d'équilibre (1) étant atteint, on supprime la masse M et on laisse le système évoluer. Déterminer sa pression p_2 et sa température T_2 dans le nouvel état d'équilibre (2). Commenter.
3. On se replace à l'état initial. Cette fois-ci, on ajoute progressivement des petites masses jusqu'à atteindre une masse M de 102kg . La transformation est alors réversible. Déterminer sa pression p_3 et sa température T_3 dans le nouvel état d'équilibre (3). Comparer ces valeurs à celles de la question 1.
4. On retire progressivement les masses. Déterminer sa pression p_4 et sa température T_4 dans le nouvel état d'équilibre (4). Conclure.
5. Pour les deux transformations (lente et rapide), calculer la variation d'entropie. En déduire l'entropie créée. Conclure.

Données : On rappelle que l'entropie d'un gaz parfait peut s'écrire :

$$S(T, V) = nR \left[\frac{1}{1-\gamma} \ln \frac{T}{T_0} + \ln \frac{V}{V_0} \right] = nR \left[\frac{1}{1-\gamma} \ln \frac{T}{T_0} - \ln \frac{p}{p_0} \right] = nR \left[\ln \frac{p}{p_0} + \gamma \ln \frac{V}{V_0} \right]$$