TD : ARQS

Correction

1 Exercices

EX1 : Loi des mailles

1. On peut identifier 3 mailles indépendantes et 7 mailles au total en composant avec les différentes mailles indépendantes.
2. il n'y a que 3 relations indépendantes

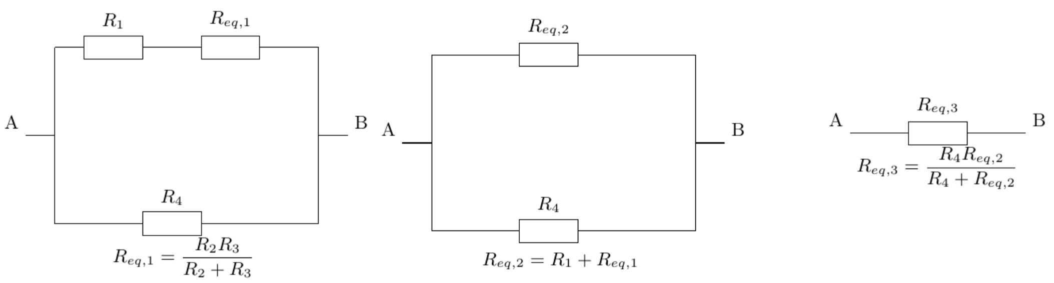
$$\begin{aligned}
u_{CB}+3-6+u_{BE}&=0\\
u_{EB}+u_{DE}-4&=0\\
u_{ED}+6-8-3&=0\\
u_{CB}+3-8-3+u_{ED}+u_{BE}&=0\\
u_{EB}+6-8-3-4&=0\\
u_{CB}+3-6+u_{DE}-4&=0\\
u_{CB}+3-8-3-4&=0
\end{aligned}$$

3. $u_{ED}=5$ V, $u_{EB}=9$ V, $u_{CB}=12$ V

EX2 : Loi des nœuds et loi d'ohm

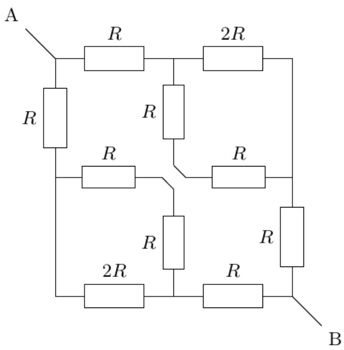
$I_5=-2\,\mathrm{A}$, $I_2=-7\,\mathrm{A}$, $U_{AB}=200\,\mathrm{V}$,$U_{AC}=-700\,\mathrm{V}$,$U_{BD}=1000\,\mathrm{V}$

EX3 : Résistance équivalente

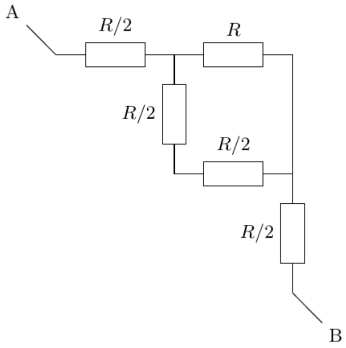


Finalement $R_{eq,3}=\dfrac{R_1R_2R_4+R_1R_3R_4+R_2R_3R_4}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_4+R_3R_4+R_2R_3}$

2) Le circuit possede une symetrie d'axe AB, ainsi des resistances image miroir l'une de l'autre porteront la meme tension et seront traverse par le meme courant : le noeud C n'est pas reellement un noeud car deux courant identiques arrivent et repartent, on peut donc separer le circuit en C.



Par symétrie, on peut ne considérer qu'une branche portant des "demi" résistances.



Finalement
$R_{eq}=(R/2)+(R\parallel R)+(R/2)=\dfrac{3R}{2}$

3) $R_{eq} = \frac{11}{15}R$

EX4 : Série ou parallèle ?

1. $(R_1 + R + R_2)||R$
2. $(R||R_2) + R_1$
3. $R_2||R||R_1$

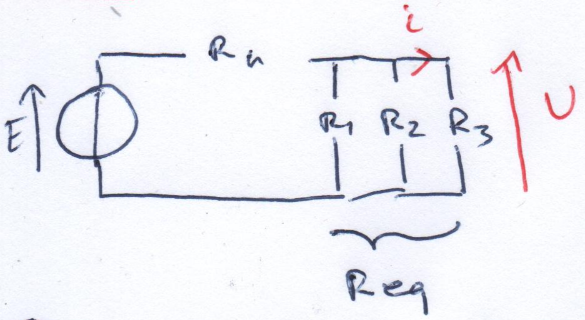
EX8 : Circuit linéaire

1. Loi des mailles $E' = U_{DE} + U_{EF} = 2Ri_4 + Ri_4$ avec i_4 le courant traversant la branche dans le sens DE alors
$$U_{EF} = E'/3 = 1V$$
2. Loi des mailles $E = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + E'$ et d'apres la loi d'Ohm $U_{AB} = RI_0$, $U_{BC} = \frac{2R}{5}I_0$ et $U_{CD} = RI_0$ donc
$$I_0 = \frac{5}{12R}(E - E') = 0,83\,A$$
3. $I' = i_4 - I_0 = 0.17\,A$
4. On reconnaît un pont diviseur de courant : $i_1 = \frac{2}{5}I_0 = 0.33\,A$

Pour les exercices 7 et 8 la notation est décalée : $8->7$, $7->6$.

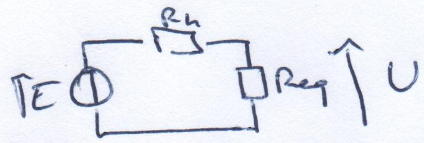
Correction TD
ARQS 1

Ex 7



Le but est de calculer i qui traverse R_3.
Une possibilité est de calculer $U = R_3 i$ et d'en déduire i.

① on simplifie le circuit



pour calculer U : $U = \dfrac{R_{eq}}{R_4 + R_{eq}} E$ (pont diviseur de tension)

or $\dfrac{1}{R_{eq}} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}$

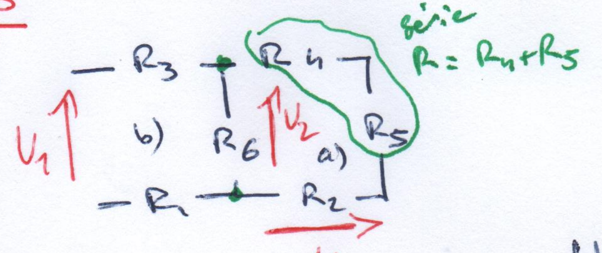
$= \dfrac{R_3 R_2 + R_1 R_3 + R_1 R_2}{R_1 R_2 R_3}$ soit $R_{eq} = \dfrac{R_1 R_2 R_3}{R_3 R_2 + R_1 R_3 + R_1 R_2}$

donc $U = \dfrac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 R_3 + (R_3 R_2 + R_1 R_3 + R_1 R_2) R_4} E$

et on trouve $i = \dfrac{U}{R_3}$

Ex 8

①

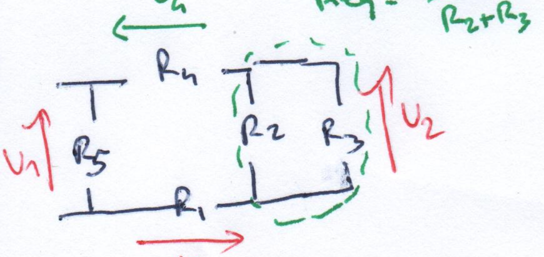


diviseur de tension :

a) $U = \dfrac{R_2}{R_4 + R_5 + R_2} U_2$

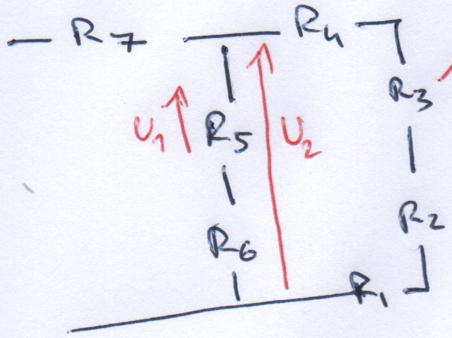
$U_2 = \dfrac{R_6}{R_6 + R_3 + R_1} U_1 \Rightarrow U = \dfrac{R_2}{R_4 + R_5 + R_2} \times \dfrac{R_6}{R_6 + R_1 + R_3} U_1$

②



$$\begin{cases} U = \dfrac{R_1}{R_{eq} + R_1 + R_4} U_1 \\ U = -\dfrac{R_1}{R_1 + R_5 + R_4} U_2 \end{cases}$$

Ex 8 ③



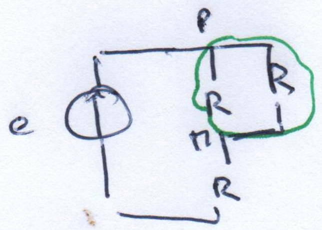
$$\begin{cases} U = \dfrac{R_3}{R_3+R_4+R_2+R_1} U_2 \\ U_1 = \dfrac{R_5}{R_5+R_6} U_2 \end{cases}$$

donc $U = \dfrac{R_3}{R_3+R_4+R_2+R_1} \times \dfrac{R_6+R_5}{R_5} U_1$

Ex 9

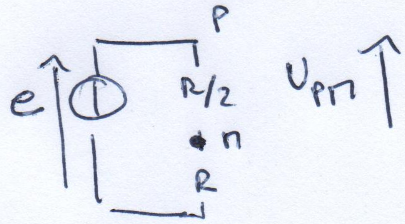
① $U_{MN} = U_{PM} = \dfrac{e}{2}$

② modification du schéma



$R_{eq} = R/2$

→

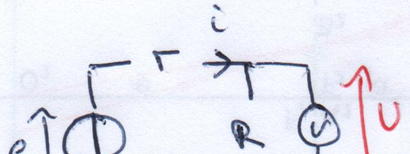


$$U_{PM} = \frac{R/2}{R/2+R} e = \frac{R/2}{3R/2} e = \frac{e}{3}$$

c/s le voltmètre modifie la répartition des tensions dans le circuit.

Ex 10

① schéma



indication : la résistance du voltmètre est très grande : pas d'interaction sur le circuit.

$$U = \frac{R}{r+R} e$$

② loi des mailles $U = e - ri$ or $i = \dfrac{U}{R}$

donc $U = e - \dfrac{r}{R} U$ (autre méthode)

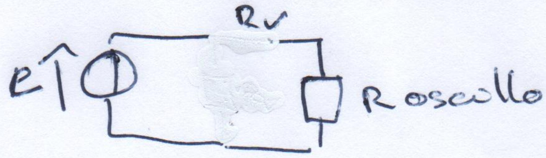
Ex 10 suite

Quand le circuit est ouvert

$U = e$ donc $e = 100V$ → ⚠ erreur d'énoncé

si $r = R$ alors $U = \frac{e}{2}$ donc $r = 500\Omega$.

③ on utilise une résistance variable



ex 11

$U = U_{DC}$ $\quad U_{AB} = E$ $\quad \begin{cases} U_{DB} + U_{DA} = U_{CB} + U_{AC} \\ \end{cases}$

on reconnait 2 diviseurs de tension

$$\begin{cases} U_{DA} = -\frac{R_1}{R_1+R_2} E \\ U_{AC} = \frac{R_3}{R_3+R_4} E \end{cases}$$

or $U = U_{DA} + U_{AC} = \left(\frac{R_3}{R_3+R_4} - \frac{R_1}{R_1+R_2}\right) E$

2) Le pont est équilibré si $U = 0$

$\Leftrightarrow \frac{R_3}{R_3+R_4} = \frac{R_1}{R_1+R_2} \Leftrightarrow R_3 R_2 = R_1 R_4$

3) $R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4} \simeq 36,5\ k\Omega$

EX12 : Caractéristique d'un dipôle

On distingue 3 régimes de fonctionnement :

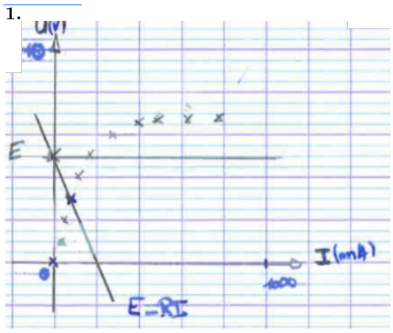
— Pour $-8 < u < 8$: $i = -0,7 + \frac{0,2}{16}u$ ou encore $u = 5,6 + 8,0i$.

— Pour $8 < u < 10$: $i = i_0 + \frac{0,6}{2}u$ avec $i(10) = i_0 + 3 = 0$ donc $u = 10 + \frac{1}{0,3}i$.

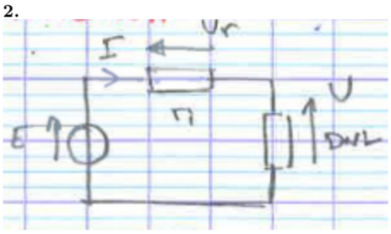
— Pour u ¿ 10 : i = 0

EX13 : Tracer de caractéristique

1.



2.



$U = E - U_r = E - rI$ donc par lecture graphique on détermine le point de fonctionnement à $I = 64$ mA.

EX14 : Adaptation de puissance

On considère une résistance variable R alimentée par un générateur de tension caractérisé par sa représentation de Thévenin de force électromotrice E et de résistance interne r. On cherche à rendre maximale la puissance dissipée par effet Joule dans ce conducteur (cas d'un radiateur électrique).

1. Faire un schéma du dispositif.
2. La puissance s'écrit $P = UI = RI^2$, il faut donc commencer par calculer l'intensité qui circule. On remarque $I = \frac{E}{r+R}$ soit $P(R) = \frac{RE^2}{(r+R)^2}$.
3. **Pour trouver l'extremum d'une fonction, il faut passer par sa dérivée : un extremum se situe au point de dérivée nulle. Si la dérivée seconde est négative au point trouvé, alors il s'agit d'un maximum.**

$$\frac{dP}{dR} = \frac{E^2}{(r+R)^2} - \frac{2RE^2}{(r+R)^3} = \frac{E^2(r+R) - 2RE^2}{(r+R)^3} = \frac{E^2(r-R)}{(r+R)^3}$$

La dérivée s'annule si et seulement si $r = R$.

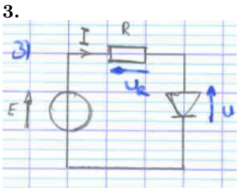
4. $P_{gen} = \frac{E^2}{r+R}$ soit $\eta = \frac{P}{P_{gen}} = \frac{R}{R+r} = \frac{1}{2}$

EX15 : Diode

1. Imposer une différence de potentiel avec un générateur de tension ; mesurer la tension u aux bornes de la diode avec un voltmètre en parallèle et le courant i circulant dans la diode avec un ampèremètre. Représenter $i(u)$.

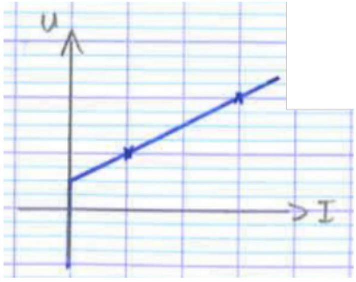
2. $u = u_0 + \dfrac{2-1}{0,3-0,1} i = 0,5 + 5i$

3.



$u = 0,5 + 5 \times 0,1 = 1.0\,\mathrm{V}$
$E = u_R + u$
donc $R = \dfrac{E-u}{I} = \dfrac{1,5-1,0}{0,1} = 5\,\Omega$
$\mathcal{P}_d = uI = 100\,\mathrm{mW}$
$\mathcal{P}_g = EI = 150\,\mathrm{mW}$

4.



$u = a + bI$ avec $a = 0.5\,\mathrm{V}$ et $b = 5\,\mathrm{V\,A^{-1}}$

5. $P_g = P_r + P_d$ alors $P_d = EI - RI^2$.
De plus $u = a + bI = E - RI$ car le couple (u, I) doit vérifier les deux caractéristiques (générateur et diode). Alors on peut écrire

$$I = \frac{E-a}{R+b}$$

Et ainsi

$$P_d = \frac{E(E-a)}{R+b} - \frac{R(E-a)^2}{(R+b)^2}$$

La fonction $P_d(R)$ est maximum en $R = 0$ et tend vers 0 en l'infini. Existe–t–il un extrémum local entre 0 et l'infini ?

$$\frac{\mathrm{d}P_d}{\mathrm{d}R} = -E\frac{E-a}{(r+b)^2} - \frac{(E-a)^2}{(R+b)^2} + 2R\frac{E-a}{(R+b)^3} = 0 \longrightarrow R = \frac{2e-a}{-4E+3a}b = -\frac{2,5}{4,5} \times 5 < 0$$

Il existe un extrémum pour $R < 0$, donc pas dans le domaine qui nous intéresse.