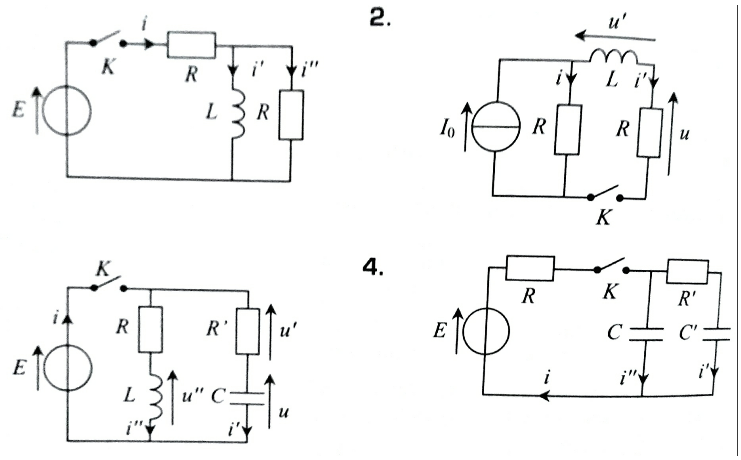
# TD : Circuits linéaires

## 1 Applications directes du cours

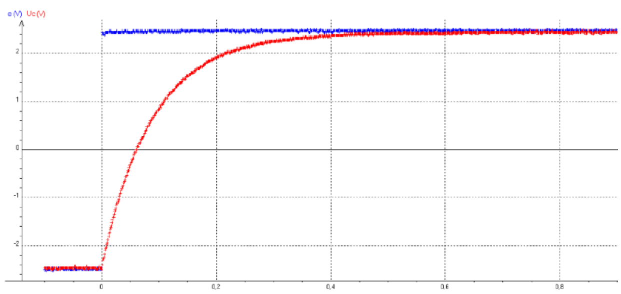
### App1 : Conditions initiales

Dans les circuits suivants, avant la fermeture des interrupteurs, tous les courants traversant les bobines sont nuls et tous les condensateurs sont déchargés. À $t = 0$, l'interrupteur est fermé. Déterminer la valeur de chaque intensité et de chaque tension représentées après la fermeture de $K$. Dans le troisième montage, donner également : $\frac{du}{dt}(0^+)$ et $\frac{di"}{dt}(0^+)$.

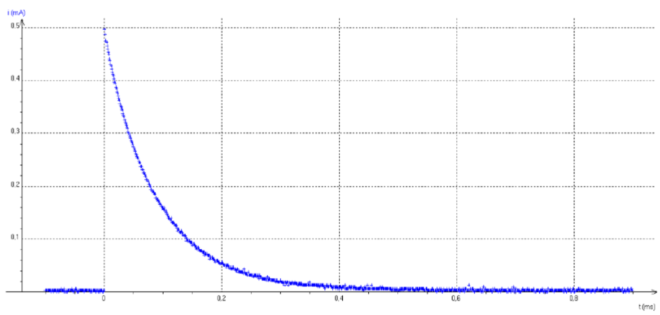



### App2 : Charge d'un condensateur

On a relevé l'évolution de la tension aux bornes d'un condensateur lors de sa charge ainsi que celle du courant le traversant.



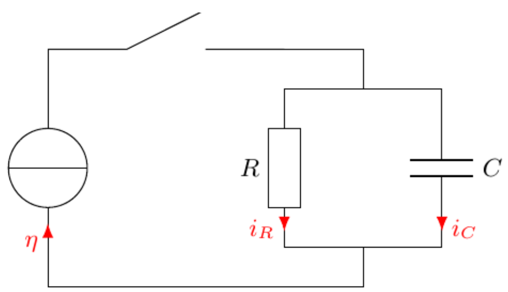

Tension $u_C(t)$ aux bornes d'un condensateur.




Courant $i(t)$ traversant le condensateur.

1. Faire le schéma du circuit.
2. Retrouver l'équation différentielle canonique donnant la dynamique du circuit.
3. Déterminer, à l'aide des relevés, les valeurs de la résistance $R$ et de la capacité $C$ du circuit $RC$. Justifier chacune de vos réponses.

### App3 : Réponse temporelle d'un circuit RC à un échelon de courant



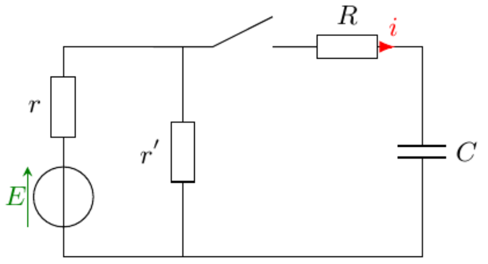

On étudie la charge $q(t)$ du condensateur dans le circuit ci-contre. La source de courant est idéale, de courant électromoteur $\eta$. Le condensateur idéal, de capacité $C$ étant non chargé, on ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$.

1. Écrire, pour $t \geq 0$, l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge $q(t)$.

2. Déterminer les expressions de la charge $q(t)$ et des courants $i_R$ et $I_C$ avant et après la fermeture de l'interrupteur.
3. Quelle est la constante de temps $\tau$ du circuit.

## 2 Exercices

### EX1 : Réponse temporelle d'un circuit $RC$ à un échelon de tension




Le générateur est un générateur de tension $E$ continue. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur. Le condensateur est initialement déchargé.

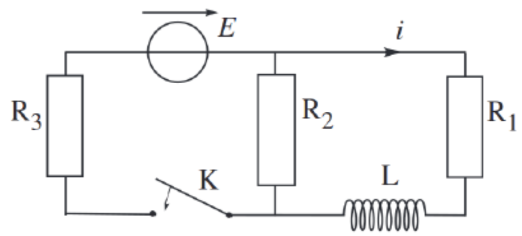
1. Déterminer $i$ à $t = 0$ et à $t = \infty$.
2. Déterminer l'évolution temporelle de l'intensité $i$ du courant traversant le condensateur.

*Penser à simplifier le circuit !*

### EX2 : Trois résistances et une bobine

Le circuit étudié comporte 3 résistances $R_1$, $R_2$, $R_3$, une bobine parfaite d'inductance $L$, un générateur de f.é.m $E$ et un interrupteur $K$. Initialement la bobine n'est parcourue par aucun courant. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

1. Établir la loi d'évolution de $i(t)$ et déterminer le courant $I$ dans la bobine en régime permanent. On posera : $\tau = \frac{L(R_2+R_3)}{R1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$.
2. Le courant d'intensité $I$ est établi, on ouvre à $t = 0$ (réinitialisation du temps). Déterminer la nouvelle loi donnant $i(t)$ et l'énergie dissipée par effet Joule dans les résistances. On posera $\tau' = \frac{L}{R_1+R_2}$.




### EX3 : Problème analogue : chute avec frottements.

À un instant initial $t = 0$, on lâche, sans vitesse initiale, une balle qu'on pourra assimiler à un point matériel $M$ de masse $m$. Lors de sa chute, l'air exerce une force de frottement fluide proportionnelle à l'opposée de la vitesse de la balle : $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$.

1. Déterminer les dimensions et les unités S.I de $\lambda$.
2. Définir le système et préciser le référentiel d'étude.
3. Faire un bilan des actions mécaniques.
4. En appliquant la seconde loi de Newton, établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse de la balle.
5. Résoudre l'équation à l'aide des conditions initiales.
6. Que dire de la vitesse de la bille pour les temps longs ?

### EX4 : Réaction chimique d'ordre 1

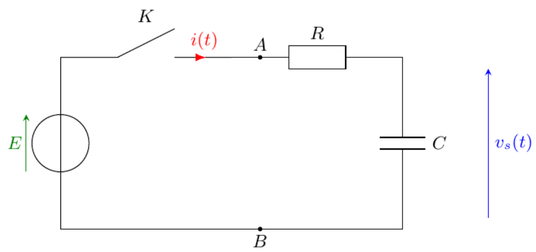
La cinétique chimique est un pan conséquent de la recherche en chimie et vise à étudier l'évolution temporelle des quantités de matière de chacun des réactifs et produit dans une réaction. Une réaction chimique d'ordre 1 est une réaction chimique dans laquelle la vitesse volumique $v(x) = -\frac{d[X]}{dt}$ de disparition des réactifs est proportionnelle à leur concentration $[X]$. C'est le cas de la réaction de décomposition du peroxyde d'hydrogène en solution aqueuse (eau oxygénée) :

$H_2O_{2(aq)}=H_2O_{(l)} + \frac{1}{2}O_{2(g)}$

1. En posant $k$ la constante de proportionnalité entre la vitesse volumique de disparition du péroxyde d'hydrogène et sa concentration, établir l'équation différentielle vérifiée par la concentration en $H_2O_2$.
2. À $t = 0$, on introduit une quantité $n_0 = 1$mmol dans un volume $V = 100\,$mL d'eau. Résoudre l'équation différentielle.

# 3 Problème : Études temporelles et énergétiques de la charge d'un condensateur (TSI 2005)

## 3.1 Charge d'un condensateur




Un dipôle comporte entre deux bornes A et B une résistance R et un condensateur de capacité C placés en série. On place aux bornes A,B un générateur de f.é.m constante $E$ et un interrupteur $K$. Initialement le circuit est ouvert et le condensateur déchargé. Soit $v_s$ la tension aux bornes du condensateur. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur $K$.

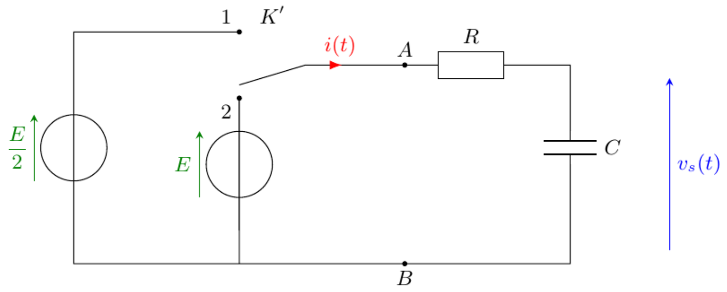
1. Quel est le comportement du condensateur au bout d'un temps tres long (infini) apres la fermeture de l'interrupteur ? En déduire les valeurs correspondantes de vs et de l'intensité i dans le circuit au bout d'un temps tres long.
2. Etablir l'expression de la tension $v_s(t)$ au cours du temps (pour $t \geq 0$). Trouver a partir de cette expression la valeur de $v_s(t)$ pour un temps tres long. Vérifier que cette valeur correspond au comportement du condensateur prévu dans la question 1.
3. Donner l'allure de la courbe représentative de la fonction vs (t) en précisant son asymptote. Calculer la valeur de la pente de la courbe a $t = 0$.
4. Tracer la tangente a l'origine et calculer les coordonnées du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote.
5. Déterminer, en fonction de $\tau$ , l'expression du temps t1 a partir duquel la charge du condensateur differe de moins de 1% de sa charge finale. On donne $ln100 = 4,6$.
6. Déterminer l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant qui circule dans le circuit pour $t \geq$ (L'orientation de i(t) est précisée sur le schéma).

## 3.2 Étude énergétique de la charge du condensateur

1. Exprimer l'énergie $\mathcal{E}_c$ emmagasinée par le condensateur lorsque sa charge est terminée en fonction de C et de E.
2. Déterminer, a partir des résultats de la partie précédente, l'expression de l'énergie $\mathcal{E}_j$ dissipée par effet Joule dans la résistance au cours de la charge. On exprimera $\mathcal{E}_j$ en fonction de C et de E.
3. Montrer, a partir des résultats de la partie précédente, que l'énergie $\mathcal{E}_g$ fournie par le générateur au cours de la charge est égale a $\mathcal{E}_g = CE^2$ . Vérifier la conservation de l'énergie au cours de la charge du condensateur.
4. Définir et calculer le rendement énergétique $\rho$ de la charge du condensateur par le générateur a travers une résistance non inductive.

## 3.3 Amélioration du dispositif

Afin d'améliorer le rendement de la charge du condensateur, on effectue celle-ci en deux étapes. On considere pour cela le montage suivant :




A la date $t = 0$, le condensateur étant déchargé, on ferme l'interrupteur $K'$ dans la position 1 (phase 1). Lorsque la charge sous la tension $E/2$ est terminée, on bascule $K'$ dans la position 2 (phase 2) et on procede a la charge du condensateur sous la tension E.

1. Quelle est l'énergie $\mathcal{E}_{g1}$ fournie par le générateur au cours de la premiere phase de charge ? Quelle est l'énergie $\mathcal{E}_{c1}$ emmagasinée par le condensateur au cours de la premiere phase de charge ?
2. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la tension $v_s$ au cours de la deuxieme phase de charge ? En prenant pour origine des temps (t = 0) la date a laquelle on bascule l'interrupteur de la position 1 dans la position 2, déterminer l'expression de $v_s(t)$ en fonction du temps au cours de la deuxieme phase de charge.
3. En déduire, en fonction du temps, l'expression de l'intensité $i(t)$ qui traverse le circuit au cours de la deuxieme phase de charge.
4. En utilisant les expressions de $v_s$ et de $i$ en fonction du temps, déterminer :
   a) l'expression de l'énergie $\mathcal{E}_{g2}$ fournie par le générateur au cours de la deuxieme phase de charge en fonction de C et E ;
   b) l'expression de l'énergie $\mathcal{E}_{c2}$ emmagasinée par le condensateur au cours de la deuxieme phase de charge en fonction de C et E.
5. Calculer le rendement $\rho'$ de la charge du condensateur lorsque cette derniere est effectuée en deux étapes.
6. Compte tenu des rendements obtenus lors de la charge du condensateur avec les deux méthodes précédentes, indiquer comment il faudrait procéder pour faire tendre le rendement de la charge du condensateur vers 1. Aucun calcul n'est demandé dans cette question, juste une réponse argumentée.