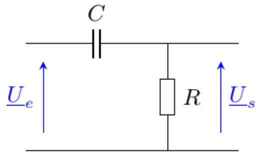
TD : Filtrage

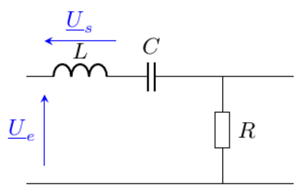
1 Applications directes du cours

Pour tous les filtres suivants donner le comportement qualitatif du filtre et en déduire sa nature. Trouver ensuite sa fonction de transfert.

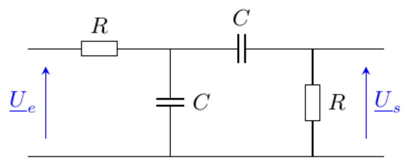
App1 **Filtre 1**



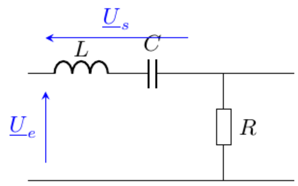
App2 **Filtre 2**



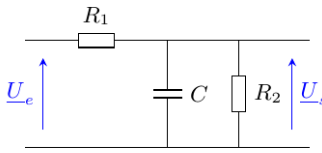
App3 **Filtre 3**



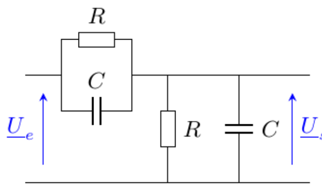
App4 **Filtre 4**



App5 **Filtre 5**

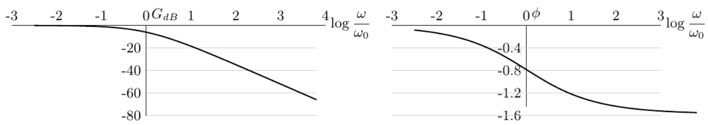


App6 **Filtre 6**



App7 : **Effet d'un filtrage**

On considère un filtre dont les diagrammes de Bode sont les suivants :



On envoie en entrée de ce filtre les signaux suivants. Déterminer l'expression du signal de sortie s(t).

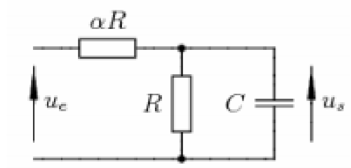
1. $e(t) = E_1 \cos(0,01\omega_0 t) + E_2 \cos(0,001\omega_0 t)$
2. $e(t) = E_1 \cos(\frac{\omega_0}{100}t + \pi/3) + E_2 \cos(100\omega_0 t - \pi/3)$

App8 : **Filtre du premier ordre**

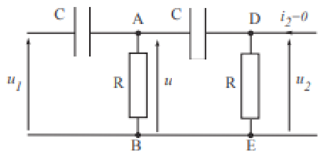
Soit le circuit ci-contre et pour lequel u_c est une tension sinusoïdale de pulsation ω et u_s la tension de sortie. α peut varier de 1 à 10, R=1kΩ et $C = 2\mu F$:

1. De quel type de filtre s'agit-il ?
2. Déterminer la fonction de transfert H de ce filtre et la mettre sous la $\underline{\mathcal{H}} = \frac{G_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$. Préciser les grandeurs utilisées.
3. Tracer le diagramme de Bode en amplitude pour $\alpha = 1$ puis $\alpha = 10$ sur la même figure.
4. Calculer l'impédance d'entrée Z_e de ce filtre.

On considère les deux cellules CR du schéma ci-contre :



App8 : Cascade de filtres

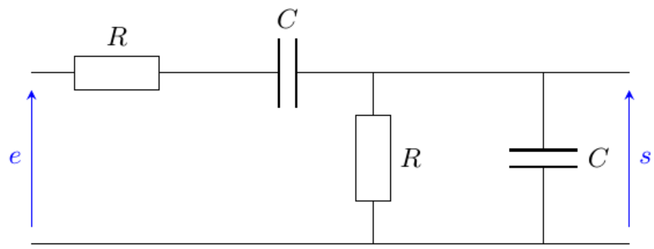


1. Donner la nature du filtre par une étude rapide
2. Établir la fonction de transfert H en posant $X = RC\omega$.
3. Construire le diagramme de Bode.
4. Déterminer la fonction de transfert de l'association de trois cellules CR.

2 Exercices

EX1 : Filtre de Wien

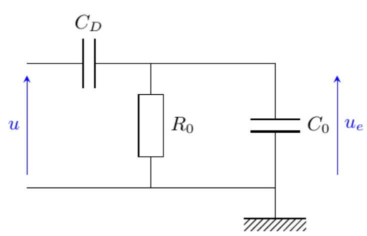
On considère le filtre de Wien ci-dessous, alimente par une tension sinusoïdale u_e .



1. Sans calcul, trouver la nature du filtre.
2. Calculer la fonction de transfert $H = s/e$. On posera $x = \omega/\omega_0$ où $\omega_0 = 1/RC$.
3. Calculer le gain $G(x) = |H(x)|$ et le tracer. De quel type de filtre s'agit-il ?
4. Calculer Δx la bande passante (en x) à -3 dB. En déduire le facteur de qualité $Q = 1/x$.
5. Mettre la fonction de transfert sous la forme $\underline{H} = \frac{\omega_0}{\omega_2} \frac{1}{(1+j\frac{\omega}{\omega_2})(1+\frac{\omega_1}{j\omega})}$ On identifiera les deux nouvelles pulsations.
6. Quelle relation simple trouve-t'on entre ω_0 et $\omega_1 \times \omega_2$?
7. En remarquant que la fonction de transfert précédente est le produit de deux fonctions de transfert H_1 et H_2 du premier ordre (dont on déterminera la nature), faire l'étude asymptotique du diagramme de Bode du gain. En déduire l'allure du diagramme de Bode réel du gain.

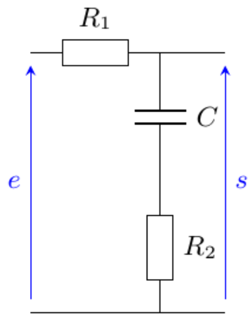
EX2 : Couplage d'un oscilloscope

Lorsqu'on applique une tension u(t) à l'entrée d'un oscilloscope, celle-ci est envoyée à l'entrée d'un amplificateur dont on peut considérer l'impédance d'entrée comme constituée d'une association parallèle d'une résistance $R_0 = 1.0 M\Omega$ et d'un condensateur de capacité $C_0 =$ 13pF. Lorsqu'on se couple en mode DC, cette description est suffisante (envoi direct), mais dans le cas d'un couplage AC, on applique préalablement la tension à un condensateur de capacité C_D . Dans ce cas, l'entrée de l'oscillateur se comporte comme le filtre ci-contre.



1. Établir la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{u_e}{u}$ correspondant au couplage AC. Simplifier l'expression en considérant que $C_D \gg C_0$. Quel est la nature du filtre ? Quel est l'avantage du couplage AC ?
2. Proposer un protocole expérimental pour mesurer C_D et vérifier l'hypothèse précédente.

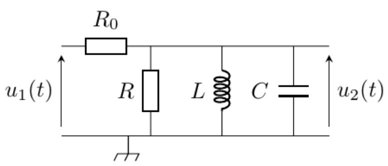
EX3 : Étude de filtre



1. Étudier qualitativement le comportement de ce quadripôle à haute fréquence et à basse fréquence. De quel type de filtre s'agit-il ?
2. Calculer la fonction de transfert du filtre. Faire apparaître deux pulsations caractéristiques que l'on notera ω_1 et ω_2 .
3. Étudier le comportement asymptotique du filtre pour trois domaines de ! à définir. On s'intéressera au gain en décibel et à la phase.
4. Tracer le diagramme de Bode du filtre.

3 Problème

Pb1 : Fréquence centrale d'un passe-bande (écrit PT 2015)



Le sujet concerne l'étude de capteurs de position reposant sur des effets capacitifs : le déplacement sur un axe x du système d'intérêt modifie la capacité C d'un condensateur, inséré dans le filtre ci-contre. La fréquence centrale de la bande passante du filtre permet de déterminer la fréquence d'oscillation d'un oscillateur non représenté.

Ce filtre a pour fonction de transfert complexe

$$\underline{H} = \frac{A_0}{1 + \mathrm{j}Q\left(\xi - \dfrac{1}{\xi}\right)}$$

avec $A_0 = 0{,}1$, $Q = 25$, $\xi = \omega/\omega_0$ et on donne $\log 25 \simeq 1{,}4$.

1 - Donner les équations des deux asymptotes hautes et basses fréquences du gain en décibels de ce filtre.

2 - Représenter le diagramme de Bode (en amplitude uniquement) donnant le gain en décibel en fonction de $\log \xi$.

3 - Préciser la nature de ce filtre.

4 - Exprimer, à partir du schéma, la fonction de transfert $\underline{H}$ en fonction de ω et des valeurs caractéristiques des composants de ce filtre. Par identification, donner les expressions littérales de ω_0 et Q en fonction des valeurs caractéristiques des composants.

On utilise le dispositif complet pour suivre les déplacements x de la partie mobile d'un capteur capacitif dont la capacité est donnée par la loi

$$C(x) = C_0 \left(1 - \frac{|x|}{L}\right)$$

avec $C_0 = 10\,\mu\text{F}$ et $L = 10\,\text{mm}$. Ce capteur forme le condensateur. Les composants sont choisis tels que le montage oscille à la fréquence f_{osc}, égale à la fréquence centrale de la bande passante du filtre, liée à la capacité C par la relation

$$f_{\text{osc}} = \frac{D}{\sqrt{C}} \qquad \text{avec} \qquad D = 1\text{H}^{-1/2}\,.$$

À la position de référence du capteur ($x = 0$), la fréquence d'oscillation est f_0.

5 - Montrer par un développement limité que pour un petit déplacement x ($|x|/L \ll 1$) la fréquence d'oscillation peut se mettre sous la forme $f_{\text{osc}} \simeq a\,|x| + b$, et expliciter a et b en fonction des données.

> *Le développement limité à utiliser est le suivant : pour $|\varepsilon| \ll 1$ et α réel,*
>
> $$(1+\varepsilon)^\alpha \simeq 1 + \alpha\varepsilon\,.$$
>
> *Compte tenu de l'expression de f_{osc}, on aura ici $\varepsilon = |x|/L$ et $\alpha = -1/2$. À vous de les faire apparaître dans les équations !*

6 - On note $\Delta f = f_{\text{osc}} - f_0$ la variation de fréquence liée à un déplacement. La plus petite variation détectable est $\Delta f_{\min} = 3\,\text{Hz}$. Quel est le plus petit déplacement détectable ?