

TD : Introduction à la thermodynamique

1 Applications directes du cours

App1 : Pression cinétique

On considère un gaz parfait monoatomique dans une enceinte de surface S , composé de N particule.

1. Rappeler les hypothèses sur la vitesse de ce gaz et leur conséquences.
2. Suivant combien de directions peut être projeté le vecteur vitesse d'une particule ? Et combien de sens ? En déduire combien de particules se déplacent selon $+\vec{u}_x$.
3. Définir la pression d'un gaz sur un élément de paroi $dS\vec{u}_x$. Exprimer la force exercée par les molécules sur la paroi en fonction de la variation de quantité de mouvement des molécules et de la pression.
4. Calculer la variation de quantité de mouvement d'une particule rebondissant sur la paroi $dS\vec{u}_x$ sans perte d'énergie.
5. En déduire l'expression de la pression cinétique.

App2 : Gonflage d'un pneu

On assimile l'air à un gaz parfait.

1. Un pneu sans chambre (de volume supposé constant) est gonflé à froid ($T = 20.0^\circ \text{C}$) sous une pression de 2.10 bar. Après avoir roulé un certain temps, le pneu affiche une pression de 2.30 bar. Quelle est sa température T_f ?
2. Un pneu de volume $V_1 = 50.0 \text{ L}$ est gonflé au moyen d'air comprimé contenu dans une bouteille de volume $V_0 = 80.0 \text{ L}$ sous $p_0 = 15.0 \text{ bar}$. Si la pression initiale dans le pneu est nulle et la pression finale $p_p = 2.60 \text{ bar}$, déterminer :
 - a) la pression p_1 dans la bouteille à la fin du gonflage d'un pneu ;
 - b) le nombre de pneus que l'on peut ainsi gonfler à température constante.

App3 : Pression cinétique de la pluie sur une vitre

On considère une fenêtre verticale de 2m^2 de surface. La pluie frappe la fenêtre de façon régulière selon un angle constant $\alpha = 30^\circ$ par rapport à la verticale. Le nombre de goutte par unité de volume est de $n = 600 \text{ gouttes/m}^3$. Une goutte a toujours une vitesse de 2m/s et une masse $m = 0, 1\text{g}$.

On suppose que les gouttes rebondissent élastiquement sur la vitre, c'est-à-dire que le vecteur vitesse d'une goutte qui quitte la vitre est le symétrique par rapport à la vitre du vecteur vitesse d'une goutte qui tombe sur la vitre.

1. Combien de gouttes rebondissent sur la fenêtre pendant la durée $\tau = 1 \text{ s}$?
2. Déterminer la pression créée par ces gouttes sur la vitre.

Données : Le volume d'un cylindre oblique est égal au produit de l'aire S de sa base et de sa hauteur h .

App4 : Équilibre diphasé dans une chaudière

Une chaudière est constituée d'un cylindre vertical de section S et de hauteur L , contenant de l'eau de masse molaire M sous forme liquide, de masse volumique ρ et supposée incompressible ainsi que de la vapeur d'eau. Initialement, l'ensemble est à l'équilibre à 100°C et le liquide atteint alors une hauteur h . On porte l'ensemble à 200°C .

1. Le niveau initiale de liquide est $h = 10\text{cm}$. En supposant qu'il reste du liquide à la fin, calculer la baisse x de niveau sachant que pour le domaine de température dans lequel la transformation est réalisé, la pression de vapeur saturante suit la loi empirique de Duperray $p_{sat} = \left(\frac{T(^{\circ}\text{C})}{100}\right)^4$ en bar.
2. Déterminer l'état final lorsque le niveau initiale de liquide est $h = 5,0 \text{ mm}$.

Données : $M = 18 \text{ g/mol}$, $R=8,3\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ et $L = 1,00 \text{ m}$

App5 : Travail reçu le long d'un chemin donné

Un système constitué de n moles de gaz parfait subit une transformation d'un état initial A ($p_1 = 4,0 \text{ bars}$, $V_1 = 10 \text{ L}$, $T_1 = 600\text{K}$) vers un état final B ($p_2 = 1,0 \text{ bar}$, $V_2 = 20 \text{ L}$, T_2).

- Déterminer T_2 .
- Cette transformation est constituée de deux étapes : une transformation isobare de A vers C puis une transformation isochore de C vers B. Déterminer le travail $W_{A \rightarrow B}$.
- On considère un autre chemin : une transformation isochore de A vers D puis une transformation isobare de D vers B. Déterminer le travail $W_{A \rightarrow B}$.

2 Exercices

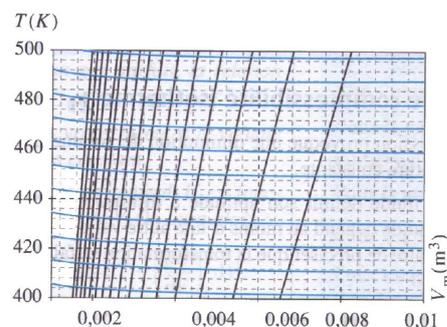
EX1 : Des voiliers dans l'espace

La pression de radiation (aussi appelée pression de rayonnement) est la pression exercée sur une surface exposée à un rayonnement électromagnétique. Elle a pour origine le transfert d'impulsion du photon lors de sa réflexion sur un corps. Des applications sont envisageables, comme la voile solaire qui pourrait dans un avenir plus ou moins proche remplacer la plupart des propulseurs spatiaux. On adopte ici une modélisation corpusculaire du rayonnement en assimilant le rayonnement émis par le Soleil à une assemblée de photons de fréquence ν se déplaçant tous à la vitesse c selon l'axe \vec{u}_x . On note n^* la densité volumique de photons constituant le rayonnement x incident.

- Rappeler l'énergie d'un photon de fréquence ν , puis sa quantité de mouvement.
- Soit $J = 1,4.10^4 \text{ W m}^{-2}$ la puissance surfacique de rayonnement reçue au niveau de la voile solaire. Préciser la relation existant entre n^* , J , h , c et ν .
- On modélise la réflexion en considérant que chaque photon incident arrivant sur la voile subit un choc élastique et possède après ce dernier une quantité de mouvement opposée.
 - Déterminer la variation de quantité de mouvement d'un photon au moment du choc sur la voile. En déduire la variation de quantité de mouvement de l'ensemble des photons heurtant une surface élémentaire dS pendant un intervalle de temps dt .
 - Déterminer alors la valeur moyenne de la force exercée par les photons sur une surface élémentaire dS . En déduire l'expression de la pression de radiation en fonction de J notamment. Faire l'application numérique.
 - Que dire de cette pression si la voile possédait un albédo nul ?
- Dans sa nouvelle *Le vent venu du soleil*, Arthur C. Clarke imagine des courses de voiliers solaires de dimension impressionnante : 5 millions de mètres carrés de voile ! Déterminer la force totale subit par un de ces voiliers.

EX2 : Détermination des coefficients C_V , α et ξ_T de la vapeur d'eau

Le diagramme suivant représente les isobares et les courbes d'énergie interne constante (isoénergétique) pour une mole de vapeur d'eau. Les isobares sont séparées de 1bar et varient de 5bar à 20bar. Les courbes isoénergétiques sont séparées de 250J.



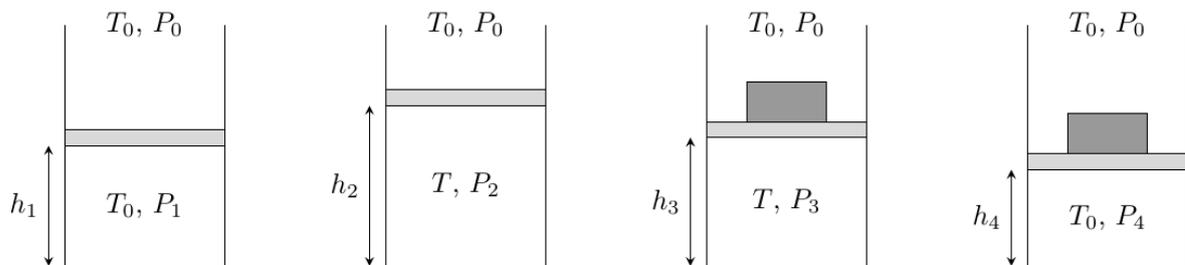
- Préciser la famille de courbes correspondants aux isobares et aux isoénergétiques.
- Déduire de ces courbes la valeurs de la capacité calorifique à volume constant C_V , le coefficient de dilatation isobare $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$, et le coefficient de compressibilité isotherme $\xi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$ pour $T = 450\text{K}$, $V_m = 5\text{L}$ et $T = 450 \text{ K}$, $V_m = 2\text{L}$.

EX3 : Gaz parfait dans une enceinte

Une quantité de matière n de gaz parfait est enfermée dans une enceinte de surface de base S . Cette enceinte est fermée par un piston de masse m , à même de coulisser sans frottement, et permet les transferts thermiques, si bien que lorsqu'on attend suffisamment longtemps le gaz contenu dans l'enceinte est en équilibre thermique avec l'extérieur. Le milieu extérieur se trouve à température et pression constantes T_0 et P_0 . On fait subir au gaz la série de transformations suivante.

- Initialement, dans l'état (1), le système est au repos depuis suffisamment longtemps pour avoir atteint l'équilibre thermique et mécanique ;
- Le gaz est chauffé jusqu'à ce qu'il atteigne la température $T > T_0$, plaçant le système dans l'état (2) ;
- Une masse supplémentaire M est brusquement placée par dessus le piston : avant tout transfert thermique, le système est dans l'état (3) ;
- Enfin, l'équilibre thermique est atteint, le système est alors dans l'état (4).

Question : Déterminer les quatre positions du piston h_1 à h_4 .

**EX4 : Modélisation d'un gaz réel**

Le dihydrogène, dans le domaine des pressions peu élevées, peut se modéliser comme un gaz de Joule, d'équation d'état $p(V - nb) = nRT$, où b est une constante positive.

1. Donner le sens physique de b .
2. Quelles sont les isothermes en diagramme d'Amagat (p en abscisse, pV en ordonnée) ? Conclure sur la compressibilité du dihydrogène comparée à celle du gaz parfait.
3. Que peut-on en conclure sur l'énergie interne pour le dihydrogène ?
4. Calculer les coefficients thermoélastiques $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$ et $\xi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$ du gaz de Joule. Les comparer à ceux d'un gaz parfait.

EX5 : Stockage d'eau chaude

Une masse $m = 100$ kg d'eau chaude est stockée dans une cuve fermée de volume $V_0 = 200$ L, que l'on modélise comme étant indéformable. Pour simplifier, on ne tient pas compte de l'air contenu dans la cuve en plus de l'eau. Suite à un échauffement accidentel, l'eau normalement maintenue à $T_0 = 60^\circ\text{C}$ passe à $T = 500^\circ\text{C}$. La vapeur d'eau est modélisée par un gaz parfait. On tient compte de la légère compressibilité et dilatabilité de l'eau liquide par une équation d'état de la forme :

$$\ln \frac{V}{V_0} = \alpha(T - T_0) - \xi_T(P - P_0)$$

avec $\alpha = 3,0 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$ et $\xi_T = 5,0 \cdot 10^{-10} \text{Pa}^{-1}$

1. En utilisant le diagramme de Clapeyron figure 1, déterminer la composition du mélange liquide-gaz initial.
2. Sous quelle forme trouve-t-on l'eau après l'échauffement accidentel ? Déterminer la pression P correspondante. Commenter.

3. La soupape de sécurité permet au fur et à mesure du chauffage de laisser de la vapeur d'eau s'échapper : la cuve est finalement presque vide et ne contient plus que $m' = 400$ g d'eau. Déterminer la pression finale et conclure.

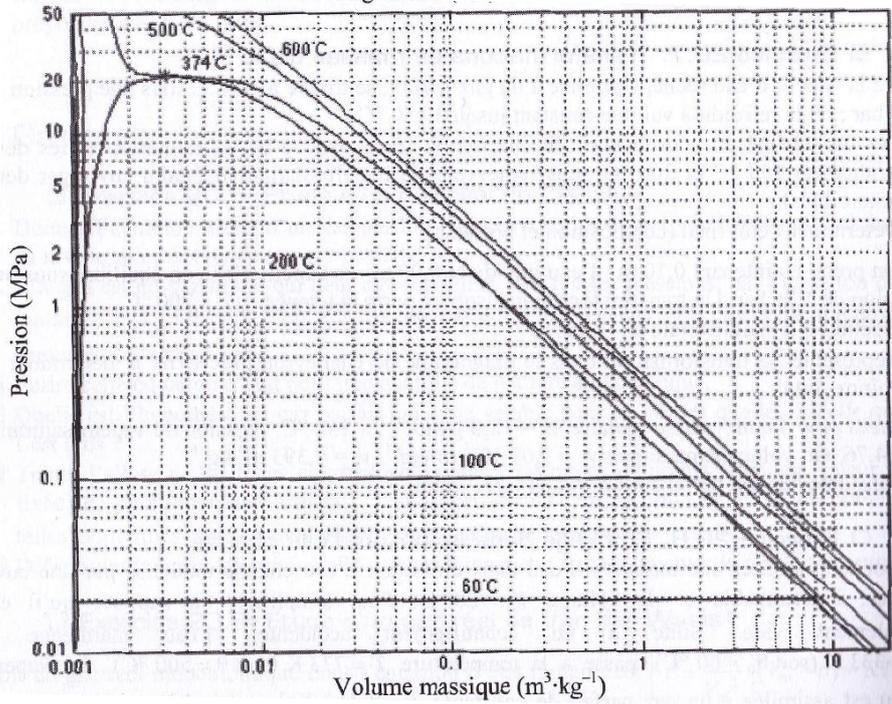


Diagramme de Clapeyron (P, v) de l'eau. Plusieurs isothermes sont représentées pour des températures allant de 60 à 600 °C. Attention, les échelles sont logarithmiques.