TD : Les lentilles

Correction

1 Applications directes de cours

EX1 : Objet virtuel et lentille convergente

Un objet AB est situe derriere une lentille convergente L.

1. L'objet est-il reel ou virtuel ? Comment peut-on le former ?
2. A l'aide de 3 rayons, realiser la construction de l'image $A'B'$ que L donne a partir de AB. Preciser les principes utilises.
3. L'image est-elle reelle ou virtuelle ?
4. Est-elle droite ou renversee ?

Correction :

1. L'objet est virtuel, on peut le former en prolongeant les rayons avant le système optique.
2. Voir cours
3. L'image est réelle
4. Elle est droite.

EX2 : Conditions de Gauss

1. Enoncer les conditions de Gauss.
2. Quelles sont leurs consequences pour les lentilles minces ?
3. Quels compromis doit faire un opticien avec ces conditions ?

Correction :

1. Rayons paraxiaux = {angles faibles par rapport à l'axe optique + proches de l'axe optique }
2. aplanétisme
3. faible courbure

EX3 : Montage $4f'$

1. Retrouver a l'aide de la relation de Newton la position de l'image associee a un objet situe devant une lentille convergente, au double de la distance focale.
2. Si l'on rapproche legerement l'objet de la lentille depuis la position precedente, comment l'image se deplace-t-elle ?
3. Meme question si on eloigne l'objet.

Correction :

1. Relation de Newton : $\overline{FA} \times \overline{FA} = -f'^2$ or ici $\overline{FA} = -f'$ donc $\overline{FA'} = f'$. On peut aussi resituer l'image par rapport au centre optique : $\overline{OA'} = \overline{OF'} + \overline{FA'} = 2f'$
2. $\overline{F'A'}$ augmente donc l'image s'éloigne.
3. L'image se rapproche.

2 Exercices

EX4 : Rétroprojecteur

On se propose d'etudier le dispositif optique simplifie d'un retroprojecteur. Ce dispositif comprend une source qui eclaire le transparent place sur une vitre et un systeme optique comprenant d'abord une lentille convergente de distance focale image $f' = 250\,\text{mm}$ suivie d'un miroir place a 10,0 cm du centre optique de la lentille. Le miroir et la lentille sont solidaires mais peuvent coulisser ensemble sur un axe verticale. Par ailleurs, le miroir peut tourner autour d'un axe horizontal.

1. On utilise le retroprojecteur pour projeter l'image d'un document sur un ecran vertical. Comment doit-on choisir l'angle α fait par le miroir avec l'horizontale pour que la projection du document horizontal soit verticale ?
2. La distance de l'ecran au miroir etant de 2m, a quelle distance de la lentille doit se trouver le document ? Quelle est dans ces conditions le grandissement transversal γ_t du systeme ? Quelle est la taille de l'image d'un document au format A4 ($21 \times 29,7$cm) ?
3. On veut maintenant avoir un grandissement transversal de -10. Ou doit-on placer la lentille ? A quelle distance de l'axe vertical doit-on place l'ecran ?

Correction :

1. On utilise un angle de $\alpha = 45°$.
2. L'image doit se focaliser, être nette, à 2m de la lentille, donc $\overline{OA'} = 2\,\mathrm{m}$, on utilise alors la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$
$$\overline{OA} = \frac{f'\overline{OA'}}{f' - \overline{OA'}}$$

   Soit $\overline{OA} = -28\,\mathrm{cm}$

   Le grandissement transversal s'écrit $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{2}{0{,}28} = -7$ La nouvelle taille du document est $147 \times 203\,\mathrm{cm}$
3. On veut $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -10$ soit $\overline{OA'} = -10\overline{OA}$ et on remplace dans la relation de conjugaison de Descartes : $\frac{-1}{10\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ soit $\frac{-11}{10\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ et $\overline{OA} = -\frac{11}{10}f' = -27,5\,\mathrm{cm}$. Le même raisonnement peut être adopté pour trouver $\overline{OA'}$.

EX5 : Microscope

Un microscope est constitue par l'association de deux lentilles jouant respectivement le role d'objectif (L1) et d'oculaire (L2). Elles sont toutes deux convergentes de distance focale f_1' et f_2' . On note $\Delta = \overline{F_1'F_2}$.

1. Determiner la position d'un objet AB pour qu'un œil normal puisse l'observer a travers le microscope sans accommoder. On cherchera $\overline{F_1A}$ en fonction de Δ et f_1'. Faire une construction geometrique.
2. Exprimer Gc le grossissement commercial du microscope, defini comme le rapport de l'angle sous lequel l'observateur voit l'image par le microscope sans accommoder sur l'angle de vision directe a l'œil nu.

Correction :

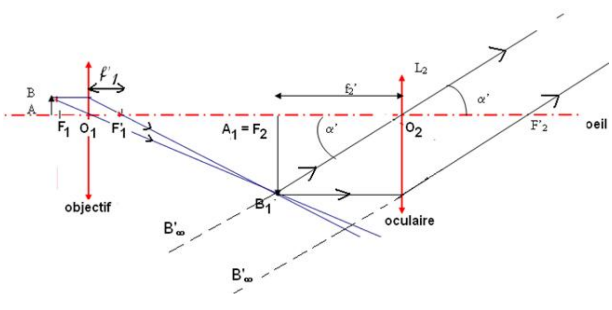


FIGURE 1 – Schéma d'un microscope.

1. L'image A_1B_1 de AB par la lentille L1 doit se former au foyer de la lentille L2 soit : $\overline{OA_1} = f_1' + \Delta$. Cherchons la position de A :

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_1'}$$
$$\overline{OA} = \frac{f'(f' + \Delta)}{f' - (f' + \Delta)} = -\frac{f'(f' + \Delta)}{\Delta}$$

or $\overline{F_1A} = \overline{OA} - \overline{OF_1} = \overline{OA} + f' = -\frac{f_1'^2}{\Delta}$.

2.
3. Le grossissement commercial s'écrit $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$. Soit d la distance correspondant au ponctum proximum ($d \approx 30\,\text{cm}$: $\tan\alpha = \frac{AB}{d}$. En regardant le schéma on remarque que $\tan\alpha' = \frac{A_1B_1}{f_2}$ or d'après le théorème de Thalès $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{OA_1}{OA}$ soit :

$$G = \frac{\overline{OA_1}}{OA}\overline{AB}/f_2 \times \frac{d}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA_1}}{OA}\frac{d}{f_2} = \frac{f_1' + \Delta}{-\frac{f_1'(f_1'+\Delta)}{\Delta}} \times \frac{d}{f_2} = -\frac{\Delta d}{f_2 f_1'}$$

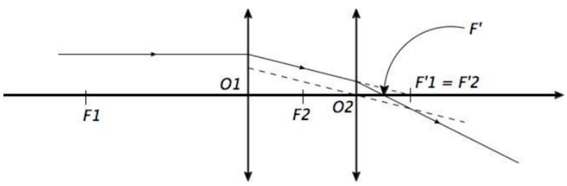
$\boxed{\text{EX6 :}}$ Doublet de Huygens

On définit un doublet de lentilles minces (deux lentilles minces partageant le même axe optique) par la donnée de trois nombres : f_1', $e = \overline{O_1O_2}$, f_2'.
Un doublet de Huygens est de type $f_1' = 3a$, $e = 2a$, $f - 2' = a$. On notera $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ et on prendra $a = 1\,\text{cm}$ pour les applications numériques.
On note F' le foyer image du doublet.

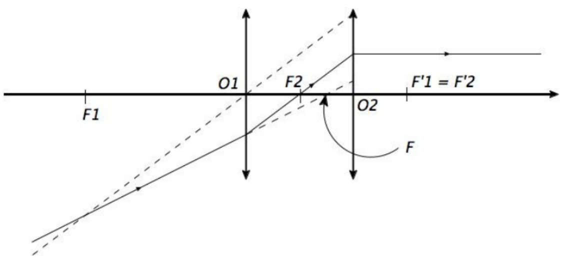
1. Placer sur un axe optique les Foyers des lentilles et déterminer par construction géométrique les foyers objet et image du système entier.
2. Vérifier vos résultats par le calcul : Calculer $\overline{F_2'F'}$
3. Calculer $\overline{F_1F}$

Correction :

1. Le foyer image d'un système optique est l'image à travers tout le système optique du objet ponctuel situé à l'infini dans la direction de l'axe optique : c'est là où se croisent tous les rayons émergents correspondant à des rayons incidents parallèles à l'axe optique. Pour la construction, on part donc d'un rayon parallèle à l'axe optique, qui ressort donc de la première lentille en passant par F_1. On trace ensuite l'image de ce rayon à travers la deuxième lentille (en suivant la méthode vue en cours, en traçant un rayon parallèle et qui coupe le plan focal image en un point que doit traverser le rayon que l'on cherche à tracer).
Finalement, l'intersection du rayon avec l'axe optique donne la position de F.



2. Le foyer objet d'un système optique est le point dont l'image à travers tout le système optique est située à l'infini dans la direction de l'axe optique : tous les rayons émergents sont parallèles à l'axe optique.
Pour la construction, on part donc d'un rayon émergent parallèle à l'axe optique, qui arrive donc sur la deuxième lentille en passant par F_2. On trace ensuite le rayon incident à travers la première lentille qui a pour image ce rayon (en traçant un rayon parallèle et qui coupe le plan focal objet en un point que doit traverser le rayon que l'on cherche à tracer).
Finalement, l'intersection du rayon avec l'axe optique donne la position de F.



3. Un objet ponctuel situé à l'infini sur la direction de l'axe optique a pour image par la première lentille F'_1, donc son image à travers le doublet est l'image de F'_1 à travers la deuxième lentille. On peut donc appliquer la relation de conjugaison de Descartes et on doit avoir :

$$\frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f'_2}$$

   or $\overline{O_2F'_1} = f'_2$ donc $\overline{O_2F'} = \frac{1}{2}f'_2$.
4. L'objet ponctuel qui a son image à travers la deuxième lentille située à l'infini sur la direction de l'axe optique F_2, donc l'image de F à travers la première lentille est F_2. On peut donc appliquer la relation de conjugaison de Descartes et on doit avoir :

$$\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1F}} = \frac{1}{f'_1}$$

   or $\overline{O_1F_2} = f'_2$ et $f'_1 = 3f'_2$ donc $\overline{O_1F} = \frac{3}{2}f'_2$.

3 Problème

EX : Profondeur de pont

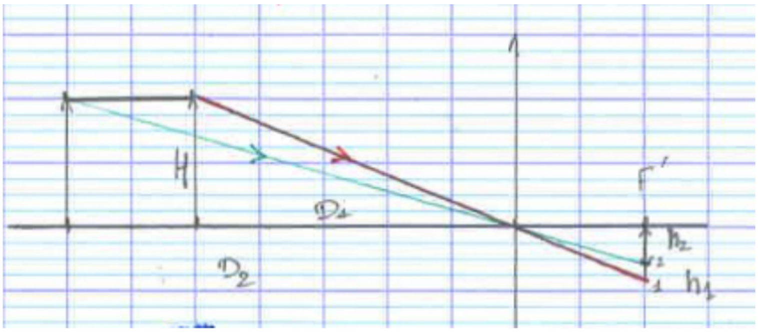
Document 1 : Photographie d'un pont

Voici la photo d'un pont permettant le passage sous une route a 2x2 voies separees par un terre-plein central + une voie d'acces. Elle a ete realisee avec un appareil photo reflex plein format : format de l'image sur le capteur : $24mm \times 36mm$; distance focale de l'objectif assimile a une lentille mince convergente : $f' = 35$ mm.

Question 1 : Estimer la profondeur du pont.

Indications : Utiliser le grandissement.

Correction : On appelle h_1 la hauteur d'entrée du pont sur le capteur et h_2 celle de sortie. On note $H = 4,3\,\text{m}$ la hauteur réelle du pont. On considère que la mise au point est faîte sur l'infini.



Le théorème de Thalès donne : $\frac{h_1}{H} = \frac{f'}{D_1}$ et $\frac{h_2}{H} = \frac{f'}{D_2}$ donc

$$D = D_2 - D_1 = Hf'\left(\frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2}\right)$$

Il ne reste plus qu'à faire le lien entre la taille de la photo et la taille de l'image sur le capteur. Soit h'_1 la hauteur mesurée sur la photo, h_p la hauteur de la photo et h_c la hauteur du capteur alors :

$$h_1 = h'_1\frac{h_c}{h_p} \approx 7,4\,mm\,;\, h_2 = h'_2\frac{h_c}{h_p}$$

Donc finalement, $D = 35\,\text{m}$

EXApproche documentaire : La lunette de Galilée

En 1610, Galilee temoigne de ses travaux concernant la lunette qui portera bientot son nom : *"... Je me suis mis à penser aux moyens de fabriquer l'instrument. J'y parvins si parfaitement que j'en construisis un, forme d'un tube de fer, exterieurement recouvert d'un drap cramoisi et long d'environ trois quarts de coudee (coudee environ egale a 50 cm), il comprenait deux lentilles de la grandeur d'un ecu a chaque extremite, l'une plan concave, contre laquelle on placait l'œil, l'autre plan convexe... Quel spectacle magnifique et passionnant que de voir le corps lunaire, eloigne de nous de presque 60 rayons terrestres, rapproche au point de nous sembler eloigne de seulement 2 rayons : son diametre nous apparaît ainsi 30 fois plus grand..."*

1. Quelle est la nature des lentilles utilisees par Galilee ?
2. La lunette est reglee de facon a donner d'une etoile, objet a l'infini, une image a l'infini, ce qui permet a l'observateur d'eviter toute fatigue puisqu'il voit ainsi sans accommodation. Dans ces conditions la lunette est dite "afocale".

   a) Preciser et justifier la position des foyers dans une lunette afocale.

   b) Realiser un schema, sans respecter les echelles, montrant le devenir d'un rayon lumineux incident parallele a l'axe. Exprimer le grandissement transversale γ_t de la lunette en fonction de f'_1 distance focale de l'objectif et f'_2 distance focale de l'oculaire.

   c)Realiser un schema, sans respecter les echelles, montrant le devenir d'un rayon incident passant par le foyer objet de l'objectif, faisant un angle α avec l'axe optique et emergeant sous un angle α' dans les conditions de Gauss. Determiner l'expression du grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de la lunette en fonction de f'_1 distance focale de l'objectif et f'_2 distance focale de l'oculaire. Quelle est la relation entre G et γ_t ?

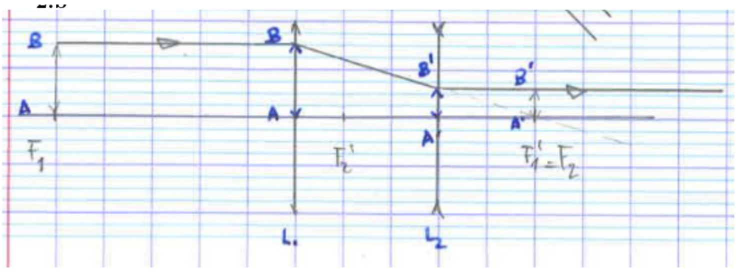
   d) D'apres le texte de Galilee, le grossissement de sa lunette est a peu pres egal a 30 ; en deduire les valeurs approximatives des distances focales de chacune des lentilles utilisees.
3. Du haut du Campanile de Venise, les senateurs venitiens invites par Galilee observent avec cette lunette en direction de Murano, distante de d = 2,5 km. Ils distinguent avec enthousiasme le mouvement des gens !

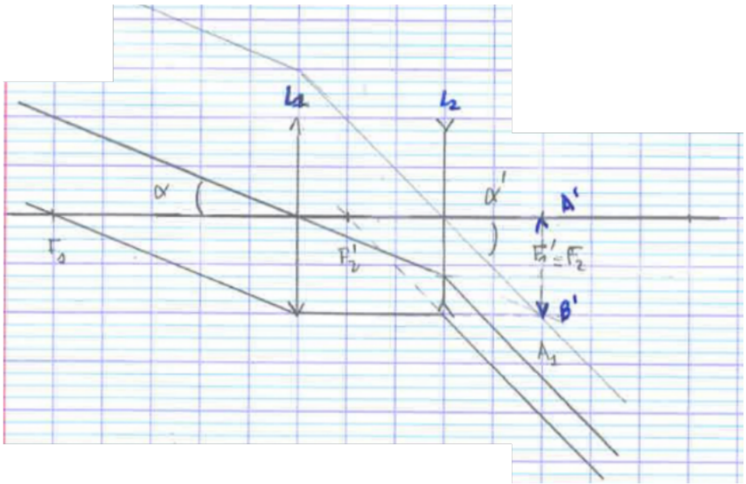
   a)Sous quel angle les personnes de 1,70 m (h) sont elles observees a travers l'instrument ?

   b)A quelle distance les senateurs ont-ils, dans ces conditions, l'impression de voir les habitants de Murano, si l'on se refere aux textes de Galilee ? Qu'en pensez-vous ?

Correction :

1. Plan–concave : divergente, plan–convexe : convergente.
2. a) il faut $A_1 = F_2$ or si l'objet est à l'infini $A1 = F_1'$, un système est donc afocal si $F_1' = F_2$.

   b) 

   c) 

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \approx \frac{\overline{A'B'}/\overline{O_2F_2}}{\overline{A'B'}/\overline{O_1F_1}} = \frac{f_1'}{f_2'} = \frac{1}{\gamma}$$

   d) $G = 30$ alors $f_1' = 30 f_2 = -30 f_2'$ or $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_2O_2} = f_1' + f_2' = 50$ cm, systeme de deux equations a deux inconnues..
   On obtient $f_1' = 52$cm et $f_2' = -1,7$cm
3. a) $\alpha' = G\alpha$ et $\tan\alpha = h/d = 0.68 \times 10^{-3}$ rad donc $\alpha' = 2.0 \times 10^{-2}$ rad.
   b) 30 fois plus grand... donc 30 fois plus proche, $dap = d/30$ =83 m.