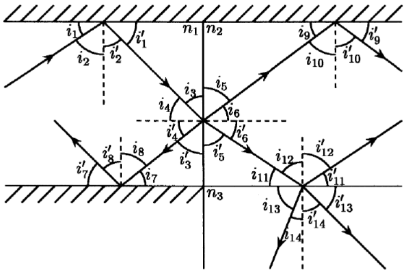
TD : Optique géométrique

1 Applications directes du cours

EX1 : Histoire d'angles



1. Refaire le schema ci-contre en ne laissant que les rayons lumineux existant reellement.
2. Donner toutes les relations angulaires possibles en precisant pour chacune si elle est d'origine geometrique ou optique.

EX2 : Miroir

Quelle taille minimum doit avoir un miroir plan pour qu'un homme de 1, 80m puisse s'y voir entierement et ou le miroir doit-il se trouver ?

EX3 : Dispersion

Un verre a l'indice n = 1, 595 pour la lumiere rouge et n = 1, 625 pour la lumiere violette. Un rayon de lumiere blanche, qui contient ces deux couleurs, se propage dans ce verre et arrive a la surface de separation avec l'air sous une incidence de 35° .

1. Calculer l'angle que font dans l'air les rayons rouge et violet.
2. A partir de quelle incidence le phenomene de reflexion totale se produit-il pour ces deux longueurs d'onde ?

EX4 : Longueur d'onde et couleur

Un laser émet une radiation lumineuse quasi-monochromatique de fréquence $f = 4,73 \times 10^{14}$ Hz. On donne $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s (vitesse de la lumière dans le vide).

1. Quelle est la Longueur d'onde λ_0 de cette radiation dans le vide ?
2. Quelle est sa couleur ?
3. On considère maintenant que cette onde se propage dans un milieu d'indice 1,66. Quelle est sa vitesse de propagation dans ce milieu ?
4. Quelle est sa longueur d'onde et sa couleur ?

EX5 : Incidence de Brewster

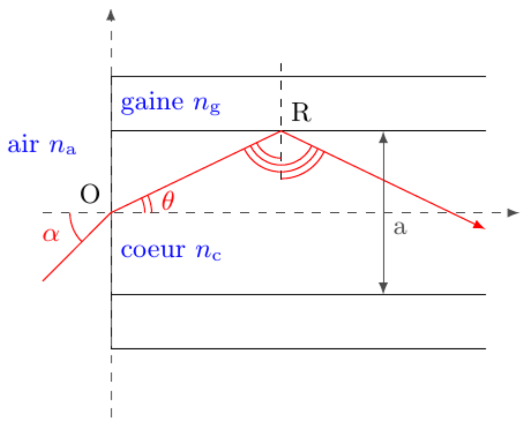
On considere l'interface entre un milieu d'indice 1 et un milieu d'indice n et un rayon lumineux se propageant dans le milieu d'indice 1. Pour quel angle d'incidence i_B le rayon reflechi est-il perpendiculaire au rayon refracte ?

EX6 : Flotteur

Un disque en liege de rayon r flotte sur l'eau d'indice n ; il soutient une tige placee perpendiculairement en son centre. Quelle est la longueur h de la partie de la tige non visible pour un observateur dans l'air ? Citer les phenomenes mis en jeu.

2 Exercices et Problèmes

EX7 : Fibre optique



Une fibre a saut d'indice est formee d'un cœr cylindrique d'axe OX et de diametre a, homogene et isotrope d'indice de refraction n_c ; entoure d'une gaine homogene et isotrope d'indice de refraction n_g , legerement inferieur a n_c. La fibre est limitee a ses extremites par deux plans perpendiculaires a OX. L'indice de l'air est note n_a inferieur a n_c et n_g . On etudie la propagation d'un rayonnement monochromatique dans le plan XOY .

1. Quelle condition doit verifier l'angle d'incidence i a la surface de separation cœur-gaine pour qu'un rayon lumineux situe dans le plan XOY se propage en restant confine dans le cœur ? On note i_{lim} l'angle d'incidence limite et $\theta_{lim} = \frac{\pi}{2} - i_{lim}$
2. Montrer que la condition precedente est verifiee si l'angle d'incidence sur la face d'entree de la fibre est inferieur a une valeur limite α_{lim} .
3. On appelle ouverture numerique $ON = n_a \sin \alpha_{lim}$. Montrer que $ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$.

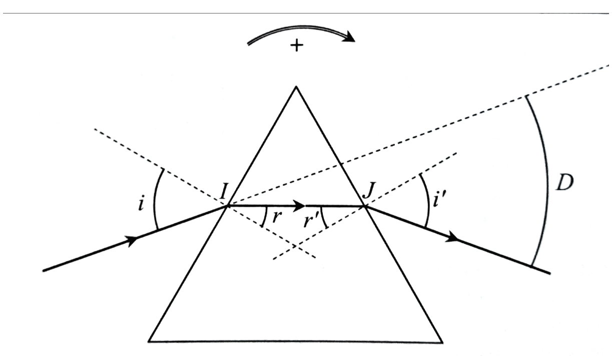
Propagation de l'onde La fibre optique de longueur $L = 10km$ est éclairée par un faisceau conique de demi-angle au sommet θ_ℓ composé de rayons lumineux couvrant l'ensemble des valeurs d'angle d'incidence entre 0 et θ_ℓ.

4. Quel est le rayon lumineux qui traverse le plus rapidement la fibre ? Déterminer l'expression de la durée T_1 nécessaire à ce qu'il travers toute la fibre ?
5. Quel est le rayon lumineux qui met la durée la plus longue T_2 pour traverser la fibre ? Donner l'expression de T_2.
6. Montrer que la différence de temps de parcours se met sous la forme :

$$\delta T = \frac{n_c(n_c - n_g)L}{n_g c}$$

7. On injecte maintenant dans la fibre des impulsions lumineuses de faible durée τ espacée de T_r, représenter l'allure du signal en sortie de fibre en fonction du temps.
8. Quelle durée minimale $T_{r,min}$ doit séparer deux impulsions successives pour qu'elles ne se recouvrent pas ? En déduire le débit maximal D de la fibre en bits/s.

EX8 : Prisme



Soit un rayon parvenant au point I sur la face d'entrée d'un prisme, d'angle A et d'indice n. Il émerge par la face de sortie avec un angle i'. On note D l'angle mesurant la déviation entre le rayon incident et le rayon émergent. Le milieu extérieur est l'air d'indice 1.
On utilisera les notations du schéma ci-dessus.

1. Montrer que l'existence du rayon émergeant dépend d'une condition sur i.
2. Montrer que l'existence du rayon émergeant dépend aussi d'une condition sur A.
3. Pour un prisme d'indice $n = 1,5$, vérifier que l'angle $A = 60°$ convient. En déduire un encadrement de i.

EX9 : Lame à face parallèle

On considère une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e, d'indice n, plongée dans l'air d'indice 1.

1. Faire un schéma du dispositif.
2. Déterminer la distance d entre le rayon incident et le rayon émergeant en fonction de $\sin i$ et de n.
3. Faire l'application numérique pour $e = 4\,\text{mm}$, $n = 1,5$ et $i = 50°$.
4. Cette lame est-elle stigmatique ? Quel est son effet sur la vision d'un objet ?

EX10 : Séismes

Lorsqu'un seisme se produit a la surface de la Terre, toutes sortes d'ondes sismiques sont emises. Certaines d'entre elles, les ondes de pression ou ondes P se propagent dans toute la Terre. Il est alors possible de les enregistrer sur toute la surface de la Terre, excepte dans une zone, appelee zone d'ombre. On se propose ici de determiner cette zone d'ombre.
On modelise la Terre par deux spheres concentriques de rayons R1 = 6400km et $R2 < R1$. Ces spheres different par la nature de leurs roches. La partie superieur constitue le manteau solide. La celerite des ondes sismiques y est de $v_1 = 6\text{km/s}$.
La partie inferieure constitue le noyau "liquide", et la celerite des ondes y est de v2. L'interface entre les deux spheres est appelee discontinuite de Gutenberg.

1. On desire appliquer aux ondes sismiques P la meme approximation que l'optique geometrique. Sachant que la frequence caracteristique des ondes sismiques est de l'ordre du hertz, peut-on utiliser cette approximation ?
2. On definit l'indice acoustique n du milieu comme etant l'inverse de la celerite de l'onde dans ce milieu. Determiner l'indice du manteau et du noyau. En supposant que les lois de Snell-Descartes reste valables, donner la loi des sinus dans ce cas.
3. On se placera dans le plan de l'equateur. Un seisme se produit a la longitude 0° . Determiner les longitudes enregistrant des ondes directes, non refractees.
4. Application numerique : la zone d'ombre apparaît pour une longitude de 126° . En deduire la profondeur du noyau.
5. On considere le rayon issu du seisme et tangent au noyau. Tracer l'allure de son rayon refracte. Determiner l'angle i2 de refraction. En deduire l'angle refracte i'_1 avec lequel il ressort du noyau.
6. En deduire la longitude maximale de la zone d'ombre.
7. Application numerique : determiner la vitesse de propagation des ondes dans le noyau, sachant que la zone d'ombre termine a la longitude 143° .