TD : Machine Thermiques

1 Applications directes du cours

App1 : Cycle monotherme

Un cycle est monotherme si le système n'échange de l'énergie thermique qu'avec un seul thermostat. En utilisant les principes de la thermodynamique, montrer qu'il n'existe pas de cycle monotherme moteur.

Correction : On applique les principes de la thermodynamique :

$$\begin{cases} \text{1er pcpe} & Q + W = 0 \\ \text{2nd pcpe} & \frac{Q}{T} < 0 \end{cases}$$

or pour un cycle moteur $W < 0$ ce qui impose $Q > 0$ incompatible avec le second principe.

App2 : Travail reçu

Démontrer que l'on peut identifier l'aire du cycle au travail reçu par le système durant un cycle. On exprimera l'aire sous la courbe en fonction du travail des forces de pression sur chacune des transformation puis on les sommera pour identifier l'aire du cycle au travail reçu durant un cycle.

Correction : Soit une transformation cyclique entre deux points A et B, le travail des forces de pression s'exprime :

$$W = -\int P(V)dV$$

On considérera la transformation quasi statique donc P représente la pression à l'intérieur du système. Ainsi $W = W_{A-B} + W_{B-A}$ soit :

$$W = -\int_A^B PdV_1 - \int_B^A PdV_2$$

Sachant que les trajets 1 et 2 sont différents, W_{A-B}, dans un diagramme PV représente l'aire sous la courbe du trajet 1 et $-W_{B-A}$ celle du trajet 2. W est donc bien l'aire du cycle !

App3 : Moteur ditherme réversible

Un moteur ditherme réversible fonctionne entre deux thermostats, sources chaude et froide, de températures respective $T_c = 740\,\text{K}$ et $T_f = 300\,\text{K}$.

1. Calculer l'efficacité de ce moteur.
2. Le moteur étudié fournit un travail de 1600 J/s. Quelle est la puissance thermique prélevée à la source chaude ?

Correction :

1. $e_c = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 0.595$
2. Initialement, l'efficacité est définie par : $e_c = -\frac{W}{Q_c}$ avec $W = -1600$ J/s donc $Q_c = -\frac{W}{e} = 2691$ W

App4 : Température des deux sources

1. Une pompe à chaleur réversible fonctionne entre l'atmosphère extérieure et un local d'habitation. Elle maintient la température du local à 20°C. La température extérieure est de 12°C. Calculer son efficacité.
2. Quelle serait l'efficacité de cette pompe à chaleur si on voulait seulement atteindre la température de 18°C dans le local ?

Correction :

1. $e_c = \frac{T_c}{T_c - T_f} = 36,6$
2. $e_c = 48,5$

2 Exercices

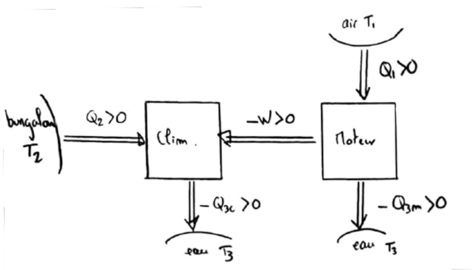
EX1 : Couplage moteur–climatiseur

On souhaite réguler la température d'un bungalow (c'est-à-dire la maintenir constante) à $T_2 = 293$K en utilisant le site où on se trouve : air extérieur chaud à $T_1 = 310$K (c'est les tropiques !) et eau froide d'un lac $T_3 = 285$K. On utilise à cet effet un moteur ditherme supposé réversible fonctionnant entre l'air et le lac, fournissant l'énergie nécessaire à une pompe à chaleur réversible fonctionnant entre le bungalow et le lac.

En notant Q_1 le transfert thermique reçu par le moteur de la part de l'air extérieur, et Q_2 le transfert thermique cédé par le bungalow, déterminer l'efficacité thermique du dispositif $e = \frac{Q_2}{Q_1}$.

Indications : On cherchera à exprimer $Q_1(W, T_1, T_2, T_3)$ en étudiant le moteur puis $Q_2(W, T_1, T_2, T_3)$ en étudiant le climatiseur.

Correction :



- Bilan d'énergie appliqué au moteur sur un cycle : $W + Q_1 + Q_{3m} = 0$ avec W le travail reçu par le moteur et Q_{3m} la chaleur reçue par le moteur de la part du lac.
- (In)égalité de Clausius appliquée au moteur : $Q_1/T_1 + Q_{3m}/T_3 = 0$.

Ainsi on peut écrire la chaleur reçue par le moteur de la part de l'air comme

$$Q_1 = -W - Q_{3m} = -W + \frac{T_3}{T_1} Q_1 \Rightarrow Q_1 = \frac{T_1}{T_3 - T_1} W \, .$$

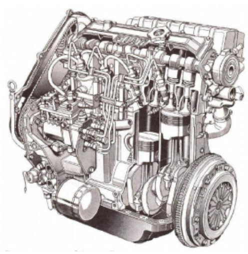
- Bilan d'énergie appliqué au climatiseur sur un cycle : $-W + Q_2 + Q_{3c} = 0$ avec $-W$ le travail reçu par le climatiseur (de la part du moteur) et Q_{3c} la chaleur reçue par le climatiseur de la part du lac.
- (In)égalité de Clausius appliquée au climatiseur : $Q_2/T_2 + Q_{3c}/T_3 = 0$.

Ainsi on peut écrire la chaleur reçue par le moteur de la part de l'air comme :

$$Q_2 = W + Q_{3c} = W + \frac{T_3}{T_2} Q_2 \Rightarrow Q_2 = \frac{T_2}{T_2 - T_3} W$$

Alors l'efficacité s'écrit : $e = \frac{T_2}{T_1} \frac{T_3 - T_1}{T_2 - T_3}$.

EX2 : Moteur Diesel



Ce moteur, inventé par Rudolf Diesel en 1893, est un moteur à quatre temps :

- 1$^{\text{er}}$ temps : admission
  Cette phase est semblable à celle du moteur à essence, mais seul de l'air est aspiré.
- 2$^{\text{ème}}$ temps : compression
  Cette phase est identique à celle du moteur à essence, les soupapes sont fermées.
- 3$^{\text{ème}}$ temps : combustion-détente
  Le combustible (en général du gazole, moins raffiné que l'essence) est injecté sous pression en haut du cylindre. À la température élevée de l'air comprimé, l'inflammation se produit spontanément (absence de bougie). La combustion progressive produit des gaz qui repoussent le piston ; quand la combustion s'arrête, les gaz se détendent. Ce temps constitue la phase motrice.
- 4$^{\text{ème}}$ temps : échappement
  Cette phase est identique à celle du moteur à essence.

On adopte le modèle du moteur Diesel suivant : une même quantité d'un gaz supposé parfait de coefficient de Laplace constant $\gamma = 1,4$ décrit un cycle d'Otto ABCD :

— La compression AB est adiabatique réversible.

— L'évolution BC modélise la phase de combustion, provoquée par l'inflammation spontanée du mélange, par une évolution isobare au cours de laquelle le gaz reçoit un transfert thermique Q_c en provenance d'une source chaude fictive de température T_c .

— La détente CD est adiabatique réversible.

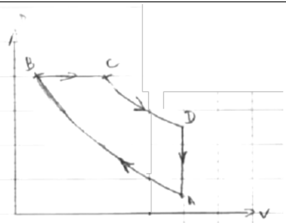
— L'ouverture de la soupape DA est modélisée par une évolution isochore au contact de l'atmosphère (source froide de température T_A).

	A	B	C	D
p en bar	1,00			
T en K	323	954		
V en L	2,40		0,24	

1. Compléter le tableau et tracer l'allure du cycle dans un diagramme de Watt.
2. Calculer les travaux et les transferts thermiques reçus par le gaz au cours de chacune des évolutions.
3. Définir et calculer le rendement. Le comparer au rendement de Carnot.

Correction :

	A	B	C	D
p en bar	1,00	44,3	44,3	1,76
T en K	323	954	1431	516
V en L	2,40	0,16	0,24	0,24



	W	ΔU	Q
AB	1175 J	1175 J	0 J
BC	-355 J	887 J	1242 J
CD	-1605 J	-1605 J	0 J
DA	0 J	-455 J	-455 J
Cycle	-785 J	0 J	785 J

1. Lors de la transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait la loi de Laplace est vérifiée

$$pV^\gamma = \text{cste} \Rightarrow p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cste} ;$$

alors on a $p_B = p_A \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \simeq 44.3\,\text{bar}$ et $V_B = V_A \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \simeq 0.16\,\text{L}$.

BC étant isobare $p_C = p_B$ et donc (d'après l'équation d'état du gaz parfait)

$$\frac{nRT_B}{V_B} = p_B = p_C = \frac{nRT_C}{V_C} \Rightarrow T_C = T_B\frac{V_C}{V_B} \simeq 1431\,\text{K} .$$

CD étant une transformation adiabatique réversible, on a pour un gaz parfait

$$p_D = p_C\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma \simeq 1.76\,\text{bar} .$$

DA étant isochore $V_A = V_D$ et $\frac{nRT_A}{p_A} = V_A = V_D = \frac{nRT_D}{p_D}$ donc

$$T_D = T_A\frac{p_D}{p_A} \simeq 516\,\text{K} .$$

2.

- Transformation AB :

$$W_{AB} = \Delta U = U_B - U_A = C_v(T_B - T_A) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_B - T_A) \simeq 1175\,\text{J}$$

- Transformation BC :

$$W_{BC} = -p_B(V_C - V_B) \simeq -355\,\text{J}$$

$$\Delta U = U_C - U_B = C_v(T_C - T_B) \simeq 887\,\text{J}$$

- Transformation CD :

$$W_{CD} = \Delta U = U_D - U_C = C_v(T_D - T_C) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_D - T_C) \simeq -1605\,\text{J}$$

- Transformation DA :

$$W_{DA} = 0$$

$$\Delta U = U_A - U_D = C_v(T_A - T_D) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_A - T_D) \simeq -455\,\text{J}$$

Pour trouver les transferts thermiques on utilise l'expression du bilan d'énergie interne $\Delta U = W + Q$.

3. Le rendement d'un moteur se définit comme $\eta = \frac{-W}{Q} = 0,63$. Le rendement maximal de ce moteur correspond au rendement de Carnot (i.e. de la machine réversible correspondante). Pour obtenir son expression on écrit un bilan d'énergie interne sur un cycle et l'inégalité (qui devient une égalité dans le cas réversible) de Clausius. Et on obtient (cf cours) :

$$\eta_c = 1 - \frac{T_A}{T_C} \simeq 0,77 .$$

EX3 : Dispositif thermodynamique avantageux

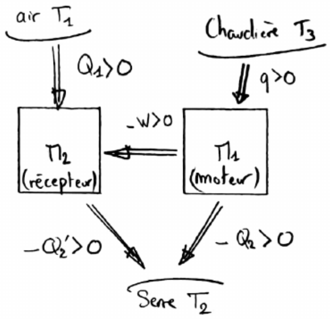
Un dispositif thermodynamiquement avantageux La température extérieure étant $T_1 = -23°$C, on veut maintenir dans une serre une température constante de $T_2 = 26°$C. Par un système de chauffage central ordinaire, on brûle une masse m de charbon par jour, ce qui fournit la quantité de chaleur q nécessaire pour compenser les déperditions journalières. Les gaz brûlés sont encore, en sortant de la cheminée, à plus de 300° C.

Un ingénieur vient proposer un dispositif thermodynamiquement plus avantageux, où sont toujours extraits q Joules de gaz chauds pour m kg de charbons brûlés, mais sur un temps plus long. La combustion du charbon assure d'abord l'entretien de la vapeur d'eau dans une chaudière à $T_3 = 227°$ C. Deux machines de Carnot sont ensuite placées entre les températures T_1 et T_2 et entre les températures T_2 et T_3 . En régime permanent, les températures sont constantes.

1. Dessiner l'organigramme du dispositif proposé et préciser la nature motrice ou réceptrice des machines de Carnot.
2. Expliciter, en fonction de q, les quantités d'énergie échangées par les deux machines pour une masse m de charbons brûlés.
3. En déduire la quantité d'énergie reçue par la serre pour une masse m de charbons brûlés.
4. Donner la durée Δt durant laquelle le chauffage est assuré par ce dispositif pour une masse m de charbons brûlés. Commenter.

Correction :

1.



2. En supposant la chaudière comme parfaite et en régime permanent, la chaleur q reçue par cette dernière est transmise intégralement au moteur. Réalisons un bilan d'énergie sur un cycle du moteur $\Delta U = W + q + Q_2 = 0$ et écrivons l'égalité de Clausius $q/T_3 + Q_2/T_2 = 0$ ainsi on obtient l'expression du travail échangé entre les deux machines thermiques :

$$W = q\frac{T_2 - T_3}{T_3} .$$

3. Faisons de même sur le récepteur alors $\Delta U = -W + Q_1 + Q_2'$ et $Q_1/T_1 + Q_2'/T_2 = 0$ ainsi on obtient

$$Q_2' = W - Q_1 = W + Q_2'\frac{T_1}{T_2} \Rightarrow Q_2' = W\frac{T_2}{T_2 - T_1} = q\frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_1}\frac{T_2}{T_3} .$$

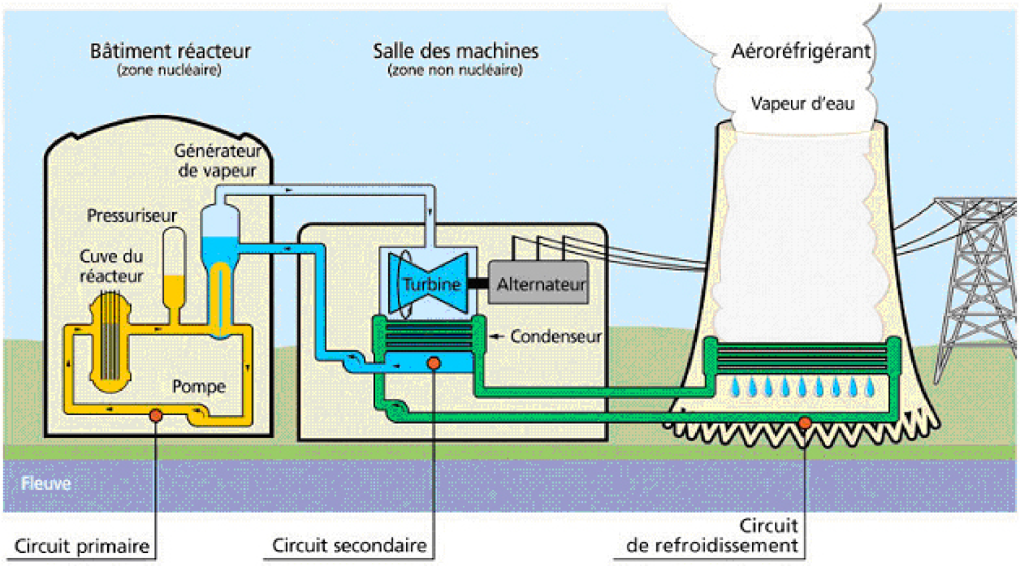
La chaleur totale reçu par la serre est

$$-Q_2 - Q_2' = q\frac{T_2}{T_3} + q\frac{T_3 - T_2}{T_2 - T_1}\frac{T_2}{T_3} = q\frac{T_2}{T_3}\frac{T_3 - T_1}{T_2 - T_1} .$$

4. Pour le chauffage direct en 24 h une masse m de charbon est consommée pour fournir une chaleur q à la serre. Dans le cas de ce dispositif thermodynamique, une masse m de charbon fournie une chaleur q à la chaudière entrainant un transfert thermique $q' = -Q_2 - Q_2' = q\dfrac{T_2}{T_3}\dfrac{T_3 - T_1}{T_2 - T_1}$. On a le rapport $q'/q \simeq 3$: grâce à ce dispositif une masse m de charbon peut entraîner un transfert thermique trois fois plus important. Le transfert thermique par unité de temps est tel que la serre reste à température constante, ainsi on peut chauffer la serre 3 fois plus longtemps avec une même masse de charbon m consommée.

$\boxed{\text{EX4 :}}$ Circuit secondaire d'une centrale nucléaire REP

La France compte 19 centrales nucléaires en exploitation, dans lesquelles tous les réacteurs (58 au total) sont des réacteurs à eau pressurisée REP. Actuellement, ces installations fournissent près de 80% de l'électricité produite en France. Chaque centrale est soumise à un référentiel de normes de sureté et de sécurité évoluant en fonction des enseignements des incidents passés nationaux ou internationaux.



Une centrale nucléaire est un site industriel destiné à la production d'électricité, qui utilise comme chaudière un réacteur nucléaire pour produire de la chaleur. Une centrale nucléaire REP est constituée de deux grandes zones, voir figure :

— une zone non nucléaire (salle des machines). Dans cette partie, semblable à celle utilisée dans les centrales ther- miques classiques, s'écoule de l'eau dans un circuit secondaire. Cette eau est évaporée dans le Générateur de Vapeur (GV) par absorption de la chaleur produite dans la zone nucléaire, puis elle entraîne une turbine (T) couplée à un alternateur produisant de l'électricité, ensuite elle est condensée au contact d'un refroidisseur (rivière, mer ou atmosphère via une tour aéroréfrigérante) et enfin, elle est comprimée avant d'être renvoyée vers le générateur de vapeur ;

— une zone nucléaire (dans le bâtiment réacteur), où ont lieu les réactions nucléaires de fission, qui produisent de l'énergie thermique et chauffent ainsi l'eau sous pression circulant dans le circuit primaire. Le transfert d'énergie thermique entre le circuit primaire et le circuit secondaire se fait dans le générateur de vapeur, où la surface d'échange entre les deux fluides peut atteindre près de 5000 m^2 (réseau de tubulures).

Considérons une centrale nucléaire REP produisant une puissance électrique $P_e = 900$ MW. Le fluide circulant dans le circuit secondaire est de l'eau, dont l'écoulement est supposé stationnaire. Le cycle thermodynamique décrit par l'eau est un cycle ditherme moteur. L'eau liquide sera supposée incompressible et de capacité thermique massique isobare supposée constante.

Partie A : Cycle de Rankine L'eau du circuit secondaire subit les transformations suivantes, représentées figure 4 :

— de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression $P_2 = 55$ bar jusqu'à un état de liquide saturant (état A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (état B) ;

— de B à C : détente adiabatique réversible dans la turbine, de la pression P_2 à la pression $P_1 = 43$ mbar ;

— en C, le fluide est diphasé ;

— de C à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;

— de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression P_1 à la pression P_2 , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

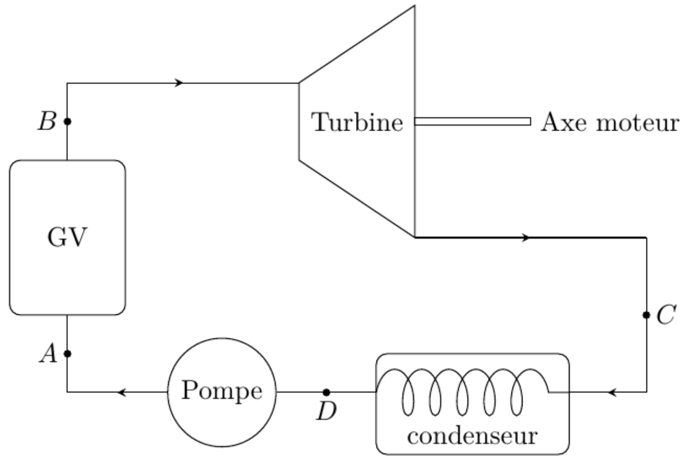


Figure 4 – Cycle de Rankine.

1. Représenter dans le diagramme de Clapeyron (P, v) l'allure de la courbe de saturation de l'eau, ainsi que les isothermes T_B , T_D et T_{cr} , cette dernière température étant celle du point critique de l'eau. Préciser les domaines du liquide, de la vapeur, de la vapeur saturante. Représenter sur ce même diagramme l'allure du cycle décrit par l'eau du circuit secondaire. Indiquer le sens de parcours du cycle et placer les points A, A' , B, C et D.
2. D'après l'extrait de table thermodynamique donné, quelles sont les valeurs des températures, des enthalpies massiques et des entropies massiques aux points A' , B et D ? On pourra donner les valeurs sous forme de tableau.
3. En fin d'énoncé figure le diagramme enthalpique (P, h) de l'eau. Placer, avec soin et à l'échelle, les points A' , B, C, D du cycle. On explicitera la méthode.

Dans toute la suite, on négligera les variations d'énergie cinétique et potentielle dans les bilans énergétiques. On rappelle alors que le premier principe de la thermodynamique pour un fluide en écoulement stationnaire dans un compartiment et recevant de manière algébrique le travail massique utile w_u et le transfert thermique massique q s'écrit :

$$h_s - h_e = w_u + q$$

où $h_s - h_e$ est la différence d'enthalpie massique entre la sortie et l'entrée du compartiment.

4. Exprimer le travail massique w_{BC} reçu par l'eau dans la turbine. Donner sa valeur numérique, en s'aidant du diagramme enthalpique.
5. Exprimer le transfert thermique massique $q_{AA'}$ reçu par l'eau liquide quand elle passe de manière isobare de la température T_A à la température $T_{A'}$ dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique : on considérera $T_{A'} \approx T_D$.
6. Exprimer le transfert thermique massique $q_{A'B}$ reçu par l'eau quand elle se vaporise complètement dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique.
7. Calculer alors le rendement de Rankine de l'installation. Comparer au rendement de Carnot et commenter.
8. Sachant qu'un réacteur REP fournit à l'eau du circuit secondaire, via le générateur de vapeur, une puissance thermique $P_{th} = 2785$ MW, que vaut le rendement thermodynamique réel de l'installation ? Comparer au rendement de Rankine et commenter.
9. Dans quel état se trouve l'eau à la fin de la détente de la turbine ? Donner le titre massique en vapeur à l'aide du diagramme enthalpique. En quoi est-ce un inconvénient pour les parties mobiles de la turbine ?

Cycle de Rankine avec détente étagée Le cycle réel est plus compliqué que celui étudié précédemment, voir figure 5. En effet, d'une part, la détente est étagée : elle se fait d'abord dans une turbine « haute pression » puis dans une turbine « basse pression ». D'autre part, entre les

deux turbines, l'eau passe dans un « surchauffeur ». Les transformations sont modélisées par ▷ de A à B : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression $P_2 = 55$ bar, jusqu'à un état de liquide saturant (état noté A'), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point B) ;
▷ de B à C' : détente adiabatique réversible dans la turbine haute pression, de la pression P_2 à la pression $P_3 = 10$ bar ;
▷ de C' à B' : échauffement isobare à la pression P_3 , dans le surchauffeur, jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point B') ;
▷ de B' à C" : détente adiabatique réversible dans la turbine basse pression, de la pression P_3 à la pression $P_1 = 43$ mbar ;
▷ de C" à D : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
▷ de D à A : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression P_1 à la pression P_2 , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

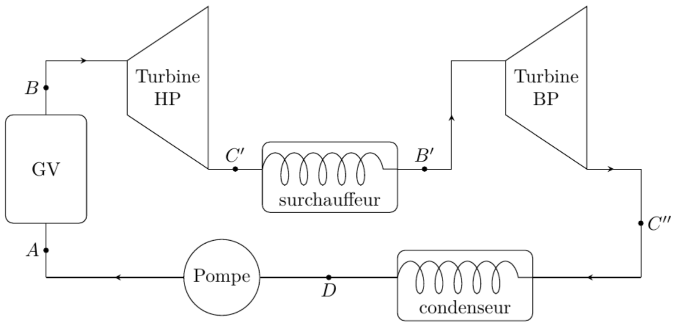


Figure 5 – **Cycle de Rankine à détente étagée.**

10. Placer les nouveaux points C' , B' , C" sur le diagramme enthalpique du document réponse.
11. Comparer les titres massiques en vapeur des points C' et C" au titre massique en vapeur du point C. Quel est l'intérêt de la surchauffe ?
12. À l'aide du diagramme enthalpique, déterminer le nouveau rendement du cycle. Commenter.

Extrait de table thermodynamique relatif à l'eau

θ (°C)	P_{sat} (bar)	v_L ($m^3 \cdot kg^{-1}$)	h_L ($kJ \cdot kg^{-1}$)	s_L ($J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$)	v_V ($m^3 \cdot kg^{-1}$)	h_V ($kJ \cdot kg^{-1}$)	s_V ($J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$)
30	0,043	1,0047	125,22	0,4348	32,892	2555,92	8,4530
180	10	1,1276	763,18	2,1395	0,119 404	2777,84	6,5854
270	55	1,3053	1190,10	2,9853	0,035 05	2788,46	5,9226

L'indice L indique les propriétés du liquide saturant pur et V celles de la vapeur saturante sèche.

θ température ;
P_{sat} pression de vapeur saturante ;
v volume massique ;
h enthalpie massique ;
s entropie massique.

Capacité thermique massique isobare de l'eau liquide : $c = 4{,}18\,\mathrm{kJ} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{kg}^{-1}$.

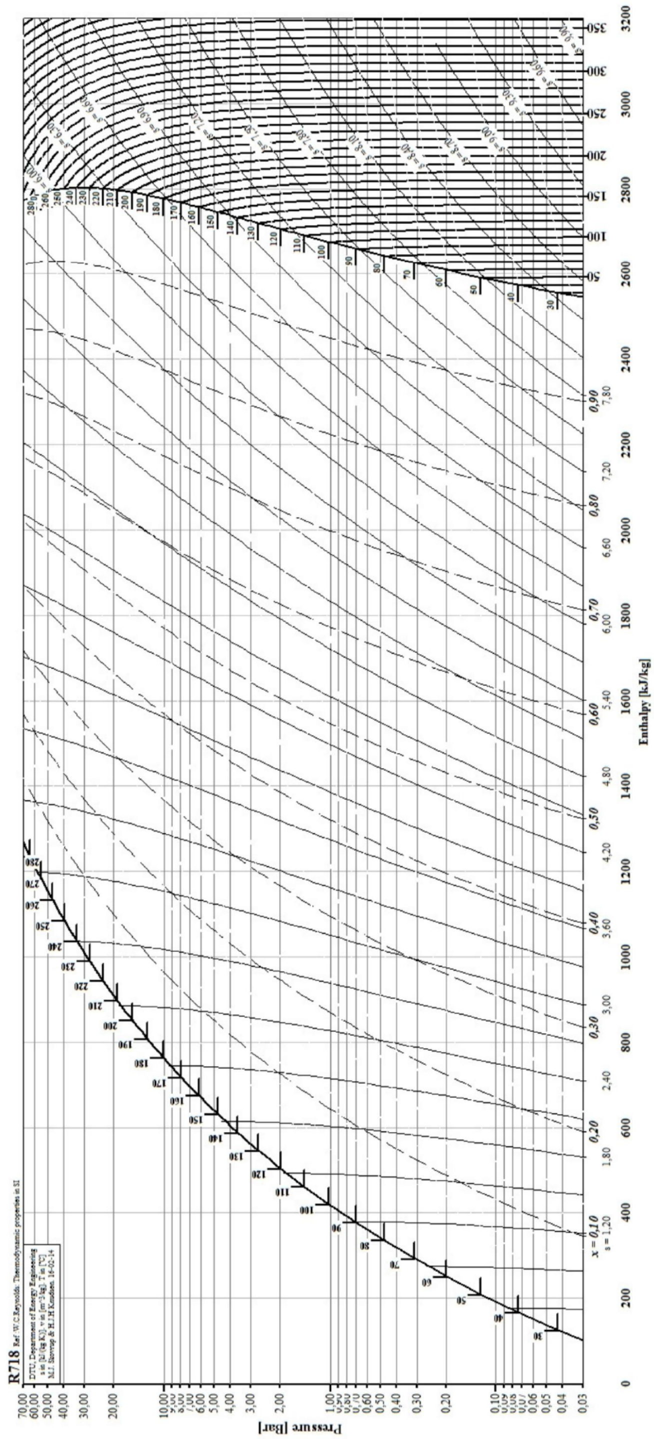


Figure 6 – **Diagramme enthalpique de l'eau.** Les températures sont exprimées en degrés Celsius.

Correction :

1. Le diagramme est représenté figure 2. L'allure des isothermes dans le diagramme de Clapeyron est connue, elles sont donc tracées grâce à la connaissance des pressions. On place ensuite le point A' (sur la courbe de saturation) puis le point B grâce au fait que $A \to B$ est isobare. Le point C est placé approximativement dans le domaine diphasé connaissant sa pression, et on en déduit la position du point D le long de l'isobare et sur la courbe de saturation. On note enfin que A se trouve sur l'isotherme T_D car la compression $D \to A$ est adiabatique et on néglige le travail fourni par la pompe, elle se fait donc à enthalpie (massique) constante d'après le premier principe, et donc à température constante en supposant le liquide incompressible : l'enthalpie d'un liquide incompressible ne dépend que de la température. Au cas où cet argument échapperait au candidat, il est indiqué question 5.

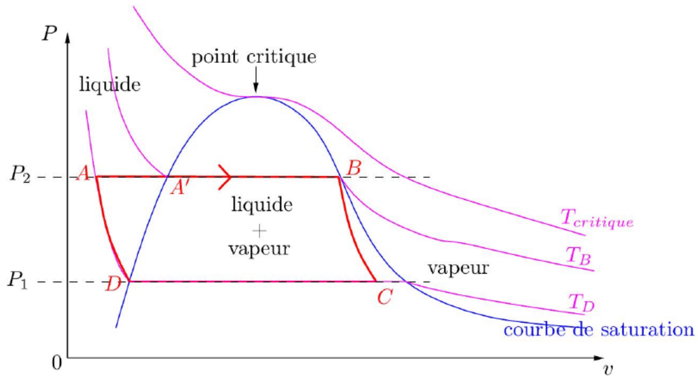


FIGURE 1 – Représentation du cycle de Rankine dans un diagramme de Clapeyron.

2. Au point A' , on a du liquide saturant sous pression $P_{A'} = P_{sat} = 55$ bar, d'où on déduit par lecture de la table : $T_{A'} = 270°$C , $h_{A'} = 1190,10$ kJ/kg et $s_{A'} = 2,9853$ J/K/kg.
   Au point B, le fluide est dans l'état de vapeur saturante sous la même pression. Il faut donc lire la colonne relative à la vapeur de la même ligne de la table que précédemment, d'où $T_B = 270°$ C, $h_B = 2788,46$ kJ/ kg et $s_B = 5,9226$ J/K/kg .
   Enfin, au point D, le fluide est dans l'état de liquide saturant sous pression 43 mbar égale à la pression de vapeur saturante, ce qui donne $T_D = 30°$ C, $h_D = 125,22$ kJ/kg et $s_D = 0,4348$ J/K/ kg .
3. Voir figure 2. Les points A' , B et D se placent directement à partir des valeurs de pression et enthalpie massique lues à la question précédente, ou tout simplement à partir des valeurs de pression et en les plaçant sur la courbe de saturation. Pour placer le point C, on utilise le fait que B → C est une adiabatique réversible et C → D une isobare : C se trouve à l'intersection de l'isentrope passant par B et de l'isobare passant par D. Enfin, on sait que A → B est une isobare et que D→A est une isenthalpique (cf. question 1), d'où on déduit la position de A, à l'intersection de l'isobare (horizontale) passant par B et de l'isenthalpe (verticale) passant par D. Au cas où cet argument échapperait au candidat, il est indiqué question 5.
4. L'évolution dans la turbine est par hypothèse adiabatique, d'où
$$h_C - h_B = wBC + 0 \text{ soit } w_{BC} = 990kJ \cdot kg^{-1}.$$
5. Le générateur de vapeur n'apporte aucun travail utile au fluide, donc
$$h_{A'} - h_A = 0 + q_{AA'} = c_P(T_{A'} - T_A) \text{ d'où } q_{AA'} = 1000kJ \cdot kg^{-1}.$$
6. L'évolution $A' \to B$ a toujours lieu dans le générateur de vapeur et sans travail, donc exactement comme à la question précédente,
$$h_B - h_{A'} = 0 + q_{A'B} \text{ d'où } q_{A'B} = 1600kJ/kg$$
   Note : *:* Attention cette fois l'eau est diphasée, il n'est donc pas question d'utiliser une capacité thermique. Pour exprimer différemment ce transfert thermique, c'est une enthalpie de changement d'état (non donnée ici) qu'il faudrait faire intervenir.
7. Le rendement du cycle de Rankine s'exprime à partir du travail massique w_{turb} cédé à la turbine et du transfert thermique massique q_{GV} apporté par le générateur de vapeur sous la forme :
$$\eta_{Rankine} = |\frac{w_{turb}}{q_{GV}}| = \frac{-W_{BC}}{q_{AA'} + q_{A'B}} = 0,40$$
   Le rendement de Carnot d'un cycle fonctionnant entre les mêmes sources thermiques, de températures respectives $T_c = T_B = 270°$ C et $T_f = T_D = 30°$ C, serait
$$\eta_c = 1 - \frac{T_f}{Tc} = 0,44$$
   Conformément au second principe, le rendement du cycle de Rankine est inférieur au rendement de Carnot, mais il demeure relativement proche, signe que le cycle est correctement optimisé. Attention toutefois, la modélisation des transformations de compression et détente comme étant réversibles surestime ce rendement.

8. Enfin, le rendement réel de la centrale vaut $\eta_r = \frac{P_e}{P_{th}} = 0,32$ ce qui est nettement inférieur au rendement de Rankine. La modélisation du cycle est à remettre en cause, et même si elles sont faibles, il ne faut pas oublier non plus les pertes lors de la conversion d'énergie mécanique en énergie électrique par l'alternateur, qui diminuent le rendement.
9. À la fin de la détente, l'état de l'eau se trouve décrit par le point C : il s'agit d'un mélange diphasé liquide-vapeur. Comme le point C se trouve un peu à gauche de l'isotitre $x = 0,70$, on en déduit soit $x = 0,69$.
Le problème pour la turbine de la présence d'eau liquide est un risque de corrosion des parties métalliques, qui limiterait sa durée de vie.
10. C' se trouve à l'intersection de l'isentrope passant par B et de l'isobare $P = P_3 = 10$ bar. B' se trouve sur la même isobare, et comme l'eau s'y trouve sous la forme de vapeur saturante sèche, on en déduit que B' est à l'intersection de cette isobare avec la courbe de saturation. Enfin C'' est à l'intersection de l'isentrope passant par B' et de l'isobare à pression $P = P_1 = 43$ mbar (même pression que C).
11. Par lecture (approximative !) des isotitres, on trouve $x_{C'} = 0,85$ et $x_{C''} = 0,77$. Ces deux titres sont tous deux supérieurs à x_C , ce qui signifie qu'il y a moins d'eau liquide présente en sortie de turbine dans le cas de la détente étagée, ce qui permet de limiter la corrosion des turbines.
12. Le nouveau rendement du cycle vaut
$$\eta_2 = \frac{W_{BC'} + W_{B'C''}}{q_{AA'} + q_{A'B} + q_{C'B}} = 0,38$$
Le rendement du cycle étagé est légèrement inférieur au rendement du cycle de Rankine avec détente simple, mais la durée de vie des pièces est améliorée.

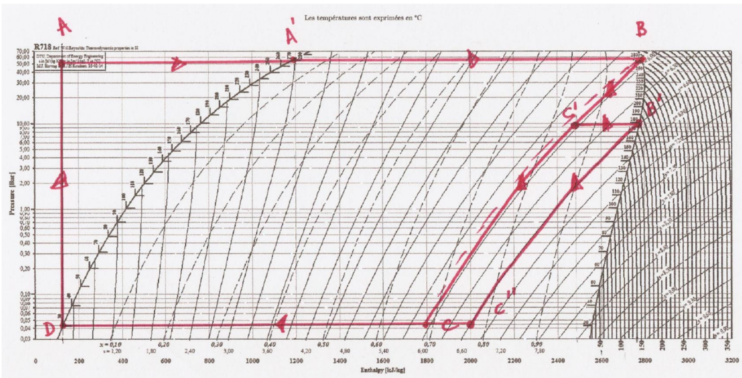


FIGURE 2 – Représentation du cycle de Rankine dans le diagramme des frigoristes.

3 Problème

Pb1 : Bateau Pop-pop

Reprendre les explications données dans le cours sur le bateau pop-pop et les justifier. Donner une condition nécessaire pour que le bateau avance.

Pb2 : Un congélateur

Une machine frigorifique fonctionne réversiblement entre deux sources à 0°C et 20° C. La source chaude représente l'atmosphère et la source froide une salle parfaitement calorifugée dans laquelle est stockée de la glace qui est maintenue à 0°C grâce à la machine frigorifique.
Calculer le prix de revient de 1 tonne de glace sachant que l'eau est introduite dans la salle frigorifique à la température de 20° C.
Données : $c_l = 4.18\,$kJ/kg/K ; $l_{fus} = 330\,$kJ/kg ; prix du kW.h = 0.13 euros.

Correction : Considérons la transformation comme monobare avec équilibre mécanique initial et final, ainsi la variation d'enthalpie de l'eau est :
$$\Delta H = Q_f = mc_l(T_{fus} - T_0) - ml_{fus} = 414\,MJ$$

Pour estimer le coût de fonctionnement d'un tel dispositif il faut déterminer son efficacité, ici $e = \frac{-Q_f}{W} = \frac{T_{fus}}{T_0 - T_{fus}}$.
L'énergie nécessaire au fonctionnement de la machine est donc $W = \frac{-Q_f}{e} = 30,3 \times 10^6$J soit un coût de 1,09 euros.

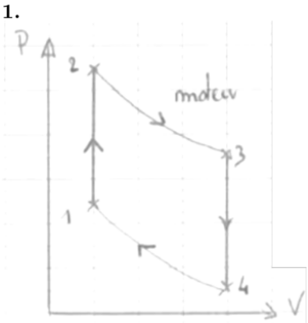
Pb3 : Cycle réversible

Un fluide décrit le cycle réversible décrit ci-dessous dans le sens (1,2,3,4,1) ou dans le sens (1,4,3,2,1).
Les transformations $1 \longmapsto 2$ et $3 \longmapsto 4$ sont des isochores.
Les transformations $2 \longmapsto 3$ et $4 \longmapsto 1$ sont des isothermes.
Les pression, volume, température sont notés respectivement p, V, T . Toute grandeur affectée d'un indice $i_2 \in \{1, 2, 3, 4\}$ se rapportera respectivement aux points 1,2,3,4 du diagramme.

1. Représenter le cycle dans un diagramme de Watt.
2. Donner la signification de l'aire intérieure du cycle. Dans quel sens sera parcouru le cycle s'il est moteur ?
3. On note Q_{ij} et W_{ij} les chaleur et travail échangés par le fluide lors d'une transformation $i \longmapsto j$. Le fluide se comportant comme un gaz parfait, comparer : Q_{23} et W_{23} ; Q_{41} et W_{41} ; W_{12} et W_{34} ; Q_{12} et Q_{34}
4. On étudie le cycle dans le sens moteur. En raison de la technologie du moteur, la seule chaleur réellement dépensée est celle qu'on fournit au fluide sur l'isotherme T_2 . Écrire le rendement du moteur en fonction des Q_{ij} .
5. Le coefficient isentropique du gaz parfait est $\gamma = \frac{7}{5}$, De plus, $V_4 = 2V_1$, $T_1 = 300\,\text{K}$, $T_2 = 400\,\text{K}$ et $R = 8,314\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. Le cycle est parcouru par une mole de gaz parfait. Calculer Q_{12} , Q_{23} et Q_{41} .
6. Exprimer le rendement en fonction de T_1 et T_2 et le calculer numériquement.

Correction :

1.



2. L'opposé de l'aire du cycle correspond au travail reçu par le système lors d'un cycle. Pour avoir un fonctionnement moteur, le cycle doit être parcouru dans le sens anti–trigonométrique.
3. Les transformations $2 \to 3$ et $4 \to 1$ sont isothermes donc $Q_{23} = -W_{23}$ et $Q_{41} = -W_{41}$.
Les transformations $1 \to 2$ et $3 \to 4$ sont isochores donc $W_{12} = W_{34} = 0$.
De plus $\Delta U_{cycle} = \Delta U_{12} + \Delta U_{34} = Q_{12} + Q_{34} = 0$ donc $Q_{12} = -Q_{34}$.
4. Le rendement s'écrit $r = \dfrac{-W}{Q_{23}} = \dfrac{-W_{23} - W_{41}}{Q_{23}} = \dfrac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}} = 1 + \dfrac{Q_{41}}{Q_{23}} < 1$.

5. On a

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) \simeq 2.08\,\text{kJ}\ .$$

D'autre part on a

$$Q_{23} = -W_{23} = \int_2^3 p\text{d}V = nRT_2 \int_{V_2}^{V_3} \frac{\text{d}V}{V} = nRT_2 \ln\frac{V_3}{V_2} \simeq 2.3\,\text{kJ}\ ;$$

et

$$Q_{41} = -W_{41} = ... = nRT_1 \ln\frac{V_1}{V_4} \simeq -1.73\,\text{kJ}\ .$$

6. D'après les questions précédentes, on peut écrire

$$r = 1 + \frac{T_1 \ln(V_1/V_4)}{T_2 \ln(V_3/V_2)} = 1 + \frac{T_1}{T_2}\frac{ln(1/2)}{\ln(2)} \simeq 0,25\ .$$