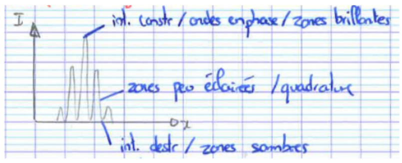
TD : Ondes 1 correction

1 Applications directes du cours

EX0 : Ondes progressives

1. $\omega = 2,4 \times 10^{-3}\pi$; $f = \frac{\omega}{2\pi} = 1,3 \times 10^{-3}\,\text{Hz}$; $k = 7,0\pi = \frac{2\pi}{\lambda}$ donc $\lambda = \frac{2}{7}$.
2. $S(x,t) = S_0 \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$. Pour $x = \lambda/4$ la fonction est $S(\lambda/4, t) = S_0 \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t - \frac{\pi}{2}\right) = S_0 \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t\right)$
3. $S(x,t) = S_0 \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$.

EX1 : Superposition de 2 ondes

1. 

2. Ondes en opposition de phase

3. Max d'intensité sonore / absence de son / son d'intensité intermédiaire.

EX2 : Cuve à Onde

1. La longueur d'onde est la période spatiale des vaguelettes le long d'un rayon des cercles, c'est-à-dire la distance entre deux raies foncées ou claires successives. On mesure sur la figure 2, 1 cm pour sept longueurs d'ondes, l'échelle étant de 1/5. Ainsi, $\lambda = 5 \times 2,1/7 = 1,5\,\text{cm}$
2. L'onde étant progressive et harmonique, la célérité se déduit de la relation de dispersion $c = \lambda \times f = 0,30\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
3. En premier lieu, il faut se rappeler que les vagues ont lieu à la surface de l'eau. Notons H_0 le niveau d'eau en l'absence d'onde. Pour $x > 0$, l'onde se propage dans le sens des x croissants et s'écrit donc :
$$h_+(x,t) = H_0 + H\cos\left(2\pi f(t - \frac{x}{c}) + \phi\right)$$
Réciproquement, pour $x < 0$, l'onde se propage dans le sens des x décroissants et s'écrit alors :
$$h_-(x,t) = H_0 + H\cos\left(2\pi f(t + \frac{x}{c}) + \phi\right)$$
La phase initiale ϕ est la même pour les deux fonctions car elles doivent coïncider à tout instant en $x = 0$.
4. Au cours de la propagation, l'énergie que le vibreur transmet à la surface de l'eau se répartit sur des cercles de plus en plus grands. Il est donc raisonnable que l'amplitude de l'onde diminue au fur et à mesure que le cercle s'agrandit.

EX3 : Mesure de vitesse de propagation

EX4 : Effet Doppler (adaptation CCP)

1. Le premier bip est émis en $t = 0$, il est reçu en $t'_0 = \frac{l_0}{c}$. Le second bip est émis lorsque la distance ER est $l_1 = l_0 + v_0 T$ il est donc reçu à $t'_1 = T + \frac{l_1}{c} = T + \frac{l_0 + v_0 T}{c}$. Le nième bip est émis à $t'_n = (n-1)T + \frac{l_0 + v_0(n-1)T}{c}$.
2. La période $T' = T(1 + \frac{v_0}{c})$.
3. Le délai entre les bips reçus par le récepteur dépend du temps mis pas l'onde à parcourir la distance émetteur-récepteur. Variation de la fréquence perçue : le son est plus grave quand l'emetteur s'éloigne.

EX5 : Expérience de Young

1. La déviation de la lumière dans toutes les directions par les trous est la diffraction.

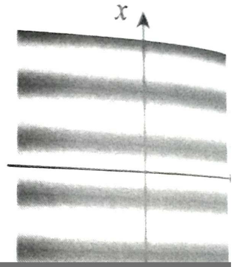
2. Le déphasage est proportionnel à la différence des chemins parcourus par les deux on[des]

$\varphi = k\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda}\delta$ soit $\boxed{\varphi = \dfrac{2\pi a x}{\lambda D}}$. Les interférences sont constructives si $\varphi = 2m\pi$, et destruct[ives]

si $\varphi = (2m+1)\pi$, avec m entier.

3. D'après la question précédente : $\varphi = \dfrac{2\pi a x}{\lambda D} = (2m+1)\pi$ donc $\boxed{x = \left(m + \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda D}{a} = \text{cte}}$.

Dans le plan (Oxy), une équation de la forme $x = \text{cte}$ caractérise une droite parallèle à l'axe (Oy). La figure d'interférences a donc l'allure ci-contre.



4. L'interfrange i est la distance entre les franges repérées par m et $m+1$, soit $\boxed{i = \dfrac{\lambda D}{a}}$. AN $\boxed{i = 0{,}60 \text{ mm}}$.

Les franges sont très serrées mais visibles à l'œil nu.

EX6 : Young bis

1. Le temps de parcours du rayon traversant le liquide est augmenté car sa vitesse v est diminuée par rapport à la célérité c de la lumière dans le vide. $\Delta t = \ell(\frac{1}{v} - \frac{1}{c}) = \frac{\ell}{c}(n-1)$. Cela revient à ajouter la différence de marche $\delta' = c\Delta t = \ell(n-1)$.
2. Les conditions pour retrouver les interférences sont les mêmes.

EX7 : Facteur de contraste

1. $s = S_1\cos(\omega t - kx) + S_2\cos(\omega t - kx + \phi)$.

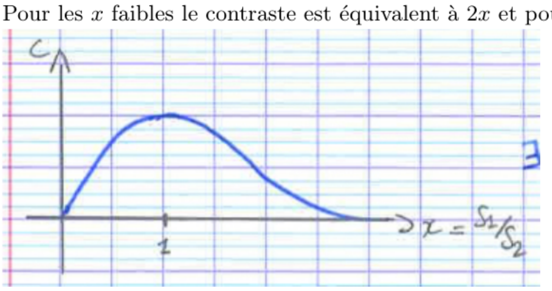
Alors $I = \langle s^2 \rangle = \langle S_1^2\cos^2(\omega t - kx) + 2S_1S_2\cos(\omega t - kx)\cos(\omega t - kx + \phi) + S_2^2\cos(\omega t - kx + \phi)\rangle = \ldots = \frac{1}{2}\left(S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2\cos(\phi/2)\right)$.

$I_{max} = \frac{1}{2}(S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2) = (S_1+S_2)^2/2$ et $I_{min} = (S_1 - S_2)^2/2$.

2. Si $I_{min} = 0$ alors $C = 1$ et si $I_{min} = I_{max}$ alors $C = 0$.

3. $C = \dfrac{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2 - (S_1^2 + S_2^2 - 2S_1S_2)}{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2 + S_1^2 + S_2^2 - 2S_1S_2} = \dfrac{4S_1S_2}{2S_1^2 + 2S_2^2} = \dfrac{2}{S_1/S_2 + S_2/S_1} = \dfrac{2}{x + 1/x}$.

Le contraste tend vers 0 en 0 et $+\infty$, recherche d'un maximum en résolvant $\dfrac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x} = 0$. Il existe un maximum en $x = 1$. Pour les x faibles le contraste est équivalent à $2x$ et pour les x grands le contraste est équivalent à $2/x$.



EX8 : Corde sur un vibreur

1. $y(0,t) = y(L,t) = 0$

2. Découplage temps/espace, c'est donc une onde stationnaire.

3. $y(L,t) = A\sin(\omega t + \phi)\sin(kL + \psi) = 0\ \forall t$ alors $\sin(kL+\psi) = 0 \Leftrightarrow \psi = n\pi - kL\ n \in \mathbb{N}$. Alors $\psi = -kL$ est une solution possible. $y(0,t) = z_0\sin(\omega t) = A\sin(\omega t+\phi)\sin\psi$ alors $A = \dfrac{z_0}{\sin\psi} = \dfrac{z_0}{\sin(-kL)}$ et$\phi = 0$ est une solution possible.

4. L'amplitude croit si $\sin(-kL) \to 0$, i.e. si $k \to 0$.

Les modes de la corde vibrante sont obtenus si l'on considère que la vibration en $x = 0$ est nulle : $y(0,t) = \dfrac{z_0}{\sin(-kL)}\sin(-kL) = y_0\sin(-kL) = 0$, si l'on oublie le lien entre y_0 et kL alors la condition est vérifiée si $\sin kL = 0$ i.e. $k_n = n\pi/L$ avec $n \in \mathbb{Z}$.
$y(x,t) = y_0\sin\left(\dfrac{n\pi c}{L}t\right)\sin\left(\dfrac{n\pi}{L}(x-L)\right)$.

5. Car on a négligé les effets non–linéaires, pouvant modifier les propriétés de l'onde.