TD : Particules dans un champ électromagnétique

1 Applications directes du cours

App1 : Action de 2 champs magnétiques successifs

Dans le demi-espace $x > 0$, règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_1} = B_0\overrightarrow{u_z}$ et dans le demi-espace $x < 0$, règne un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_2} = \frac{B_0}{2}\overrightarrow{u_z}$. Une particule de masse m de charge $q > 0$ est placée au point origine O du référentiel d'étude galiléen $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$, à $t = 0$ avec une vitesse $\overrightarrow{v} = v_0\overrightarrow{u_x}$, $v_0 > 0$.

1. Décrire et dessiner la trajectoire de la particule.
2. Quelle est la vitesse moyenne de la particule suivant Oy, appelée vitesse de dérive v_D .
3. Reprendre les questions précédentes avec dans le demi-espace $x < 0$ un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_2} = -B_0\overrightarrow{u_z}$.

App2 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

On considère une particule de charge $q < 0$ de masse m animée à l'instant $t = 0$, d'une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$. Elle fait un angle α avec l'axe (Ox) telle que $\overrightarrow{v_0} = v_0(\cos\alpha\overrightarrow{u_x} + \sin\alpha\overrightarrow{u_z})$. Elle est plongée dans un champ $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{u_z}$, $E_0 > 0$ uniforme.

1. Déterminer les équations horaires du mouvement.
2. En déduire la trajectoire de la particule.

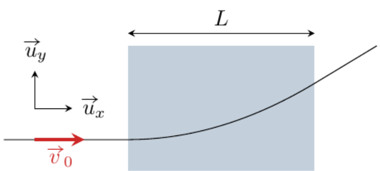
App3 : Mesure du rapport e/m à l'aide de bobines de Helmholtz

Les bobines d'Helmholtz, du nom d'Hermann Ludwig von Helmholtz, sont un dispositif constitué de deux bobines circulaires de même rayon, parallèles, et placées l'une en face de l'autre à une distance égale à leur rayon. En faisant circuler du courant électrique dans ces bobines, un champ magnétique est créé dans leur voisinage, qui a la particularité d'être relativement uniforme au centre du dispositif dans un volume plus petit que les bobines elles-mêmes. Un canon à électron délivre des électrons accélérées sous une tension ! de U = 200V. Ils sont injectés perpendiculairement au champ $\overrightarrow{B}$ entre les bobines de Helmholtz.

1. Calculer la vitesse v_0 de sortie des électrons.
2. Décrire leur trajectoire entre les bobines.
3. Donner le rayon de cette trajectoire en fonction de v_0, e, m, B, puis en fonction de $\frac{e}{m}$, U et B.
4. Calculer le rapport $\frac{e}{m}$ pour un champ de $1,0.10^{-3}$ T et un rayon mesuré de 4, 7cm. La tension est toujours de 200 V.

2 Exercices

EX1 : Oral PT,



Un électron de masse m, d'énergie cinétique $E_{c0} = 80\,\text{keV}$ pénètre à vitesse $\vec{v}_0$ horizontale dans une cavité de longueur $L = 1\,\text{m}$ où règne un champ électrique uniforme de norme E_0 constante.

1 - Déterminer la direction et le sens du champ électrostatique $\vec{E}_0$.

2 - Lors de sa traversée, l'énergie cinétique de l'électron varie de $|\Delta E_c| = 10\,\text{keV}$. Quel est le signe de ΔE_c ?

3 - Déterminer la norme E_0.

4 - Évaluer l'angle de déviation de la trajectoire en sortie de la zone de champ.

Données : $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$; $1\,\text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$.

EX2 : Cyclotron

Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques $D1$ et $D2$, appelées « dees » en anglais, séparées d'une zone étroite d'épaisseur a. Les dees sont situés dans l'entrefer d'un électroaimant qui fournit un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{ez}$, de norme $B = 1,5$ T. Une tension harmonique u d'amplitude $Um = 200$ kV est appliquée entre les deux extrémités de la bande intermédiaire, si bien qu'il y règne un champ électrique orienté selon $\overrightarrow{e_x}$.On injecte des protons au sein de la zone intermédiaire avec une vitesse initiale négligeable.

<u>Données :</u> $m_{proton} = 1,7 \times 10^{-27}$ kg

Figure 1 – **Étude d'un cyclotron.** Schéma de principe et photo du cyclotron de l'université de Rutgers, qui mesure une trentaine de centimètres de diamètre.

1. Montrer qu'à l'intérieur d'un dee la norme de la vitesse des protons est constante.
2. En déduire le rayon de courbure R de la trajectoire des protons ayant une vitesse v ainsi que le temps que passe un proton dans un dee.
3. Quelle doit être la fréquence f de la tension pour que le proton soit accéléré de façon optimale à chaque passage entre les dee ? Pour simplifier, on pourra supposer $a \ll R$. Justifier le choix d'une tension harmonique au lieu, par exemple, d'une tension créneau.
4. Exprimer en fonction de n la vitesse v_n puis le rayon R_n de la trajectoire d'un proton après n passages dans la zone d'accélération. Le demi-cercle n = 1 est celui qui suit la première phase d'accélération.
5. Calculer numériquement le rayon de la trajectoire après un tour (donc un passage dans chaque dee), puis après dix tours.

   Le rayon de la dernière trajectoire décrite par les protons accélérés avant de bombarder une cible est $R_N = 35$ cm.
6. Déterminer l'énergie cinétique du proton avant le choc contre la cible proche du cyclotron puis le nombre de tours parcourus par le proton.

3 Problèmes

Pb1 : La couleur du ciel

Pour décrire les interactions entre une onde lumineuse caractérisée, par le vecteur champ électrique $\overrightarrow{E}(t) = \overrightarrow{E_0}\cos\omega t$ et les électrons de la couche externe d'un atome, on utilise l'hypothèse de l'électron élastiquement lié de J.-J. Thomson : l'électron situé en M est rappelé vers le centre O de l'atome par une force $\overrightarrow{F} = -k\overrightarrow{OM}$ et il est freiné par une force proportionnelle à sa vitesse $\overrightarrow{f} = -h\overrightarrow{v}$.

1. Établir, en coordonnées cartésiennes, les équations du mouvement d'un tel électron quand il est excité par $\overrightarrow{E}(t)$. On notera par q et m respectivement la charge et la masse de l'électron et on posera : $2\alpha = \frac{h}{m}$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.
2. On suppose que $\overrightarrow{E_0} = E_0\overrightarrow{u_x}$. Démontrer qu'en régime établi, l'électron oscille parallèlement à la direction $\overrightarrow{u_x}$.
3. On considère que la réponse de l'atome à l'excitation est l'accélération a x de son électron. Étudier l'expression de l'accélération complexe.
4. Cet atome est éclairé par de la lumière blanche composée d'ondes dont les pulsations sont comprises entre $\omega_1(rouge)$ et ω_2 (violet). Sachant que α et ω_2 sont tous deux très inférieurs à ω_0 , montrer que l'amplitude a_x de l'accélération est proportionnelle à ω^2.
5. Un électron accéléré rayonne une puissance lumineuse P proportionnelle au carré de son accélération. Expliquer à l'aide des questions précédentes pourquoi la couleur du ciel est bleue.